**Министерство образования и науки Российской Федерации**
**Санкт-Петербургский государственный**
**университет информационных технологий,**
**механики и оптики**

# Студенческие математические олимпиады Санкт-Петербурга и Северо-Запада России

## 2007г.

**Санкт-Петербург**
2007

В 2000 - 2006 гг. студенческая олимпиада г. Санкт-Петербурга по математике проводилась Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики (СПбГУ ИТМО). В 2007 г. наряду с открытой городской олимпиадой впервые проводилась студенческая олимпиада по математике Северо-Запада. Кроме команд из 18 вузов Санкт-Петербурга в ней участвовали команды из Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого и Петрозаводского государственного университета. Олимпиада Санкт-Петербурга проводилась по тем же правилам, что и ранее. Участники были разбиты на три группы по количеству часов курса высшей математики в вузе. В первую группу вошли вузы с объемом курса, превышающим 550 часов, во вторую - с объемом от 400 до 550 часов, в третью - с объемом менее 400 часов. Каждый вуз мог выставить одну или две команды по 7 человек на городскую олимпиаду (в командный зачет входили 5 участников с лучшими результатами из команды). В личном зачете участвовали все заявленные студенты. Результат вуза в командном зачете определялся по результату лучшей из его команд (если их две). На олимпиаду Северо-Запада вуз мог выставить одну команду из 3 человек, причем составы команд для городской олимпиады и олимпиады округа могли пересекаться. В зачет щли результаты всех трех участников.

Олимпиада проводилась в воскресенье 6 мая 2007 года. На решение задач отводилось 4 часа. Пользоваться справочной литературой не разрешалось. Студентам всех групп было предложено 12 задач.

В 2007 году спонсором олимпиад выступала компания Google, предоставившая призы победителям.

Председателем жюри был профессор СПбГУ Н.А. Широков. В оргкомитет олимпиады входили: ректор СПбГУ ИТМО, проф., д.т.н. Васильев В.Н., проф., д.ф.-м.н Попов И.Ю., доц., к.ф.-м.н. Фролов В.М., асс. Фролов С.В, ст. преп. Сытенко Н.В., асс. Гортинская Л.В., асс. Тесовская Е.С.

Составители: проф., д.ф.-м.н. Н.А. Широков, проф., д.ф.-м.н. Попов И.Ю., доц., к.ф.-м.н. Фролов В.М., асс. Фролов С.В, ст. преп. Сытенко Н.В., асс. Гортинская Л.В., асс. Тесовская Е.С., доц., к.ф.-м.н. Рыжков А.Е., ст. преп. Родина Т.В., асс., к.ф.-м.н. Лобанов И.С., асс. Денисенко А.С, асп. Петтай П.П., студ. Трифанов А.И.

**Задачи олимпиады Санкт-Петербурга**
**среди студентов технических вузов**
**6 мая 2007 года**

**1.** Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{(n+1)!}\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ (3 балла)

**2.** Решить уравнение $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n!}x^{2n}=e^{x^2}\left(5x+4\right)$ (3 балла)

**3.** Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} y''+\dfrac{(y')^2}{y}=x'+\dfrac{xy'}{y}, \\ x'y+xy'=1, \end{cases}$$

где $x=x(t),\ y=y(t)$ . (3 балла)

**4.** Пусть функция $f(x)$ удовлетворяет условиям: $f(x)\in C^2(-\infty,\infty)$ и для любых $x, h$ верно $f(x+h)-f(x)=h\,f'\left(x+\dfrac{h}{2}\right)$. Доказать, что функция $f(x)$ представима в виде $f(x)=ax^2+bx+c$. (4 балла)

**5.** Матрица $M=\left[m_{ij}\right]_{i,j=1}^{n}$ определяется следующим образом: $m_{ij}=a_ia_j$ при $i\neq j$, и $m_{ii}=a_i^2+k$. Вычислить $\det M$ . (4 балла)

**6.** Показать, что любой многочлен можно представить в виде разности монотонно возрастающих многочленов. (5 баллов)

**7.** Определенная на $\mathbb{R}$ неубывающая функция $f$ является трижды дифференцируемой и удовлетворяет тождеству $f\left(f(t)\right)\equiv 3t+\sin t$. Вычислить значение третьей производной $f'''(0)$ в точке $t=0$. (5 баллов)

**8.** Касательные к параболе $y^2=2px$ в точках *A*, *B*, *C* образуют треугольник *KLM*. Известно, что площадь треугольника *ABC* равна *S*. Вычислить площадь треугольника *KLM*. (5 баллов)

**9.** Пусть $f(x), g(x), h(x) \in C[a,b]$ и $h(x) > 0$ на $[a,b]$. Пусть $\forall x \in [a,b]$ выполняется неравенство $f(x) \le g(x) + \int_a^x h(t) f(t) dt$. Доказать, что на $[a,b]$

$$f(x) \le g(x) + \int_a^x h(t) g(t) \exp\left(\int_t^x h(u) du\right) dt.$$ (6 баллов)

**10.** Функции $a(x), b(x)$ на промежутке $X$ удовлетворяют следующим условиям: $b(x) < 0$, $b(x)$ - дифференцируема, $a(x)$ - непрерывна, $b'(x) + 2a(x)b(x) = 0$. Доказать, что на $X$ существует фундаментальная система решений $\{\varphi_1(x); \varphi_2(x)\}$ дифференциального уравнения $y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$, удовлетворяющая условию $\varphi_1(x)\varphi_2(x) = 1$.
(8 баллов)

**11.** Пусть комплексные числа $a$, $b$, $c$ такие, что все корни уравнения $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ лежат на окружности $|z| = 1$. Что можно сказать о расположении на комплексной плоскости корней уравнения $z^3 + |a| z^2 + |b| z + |c| = 0$? (9 баллов)

**12.** Пусть $x$ - вещественное число. Пусть $a_{i0} = \dfrac{x}{2^i}$, $a_{i,j+1} = a_{i,j}{}^2 + 2a_{i,j}$. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n,n}$. (4 балла)

## Ответы и решения

**1.** Преобразуем сумму
$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = \sum_{k=1}^{n} \left((k+1)k! - k!\right) = \sum_{k=1}^{n} \left((k+1)! - k!\right) = (n+1)! - 1$ . Тогда

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n+1)!} \sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!} = 1.$$

**2.** Преобразуем левую часть уравнения:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{n!} x^{2n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(x^2\right)^n = 2x^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \left(x^2\right)^{n-1} + e^{x^2} =$$
$$= 2x^2 e^{x^2} + e^{x^2} = e^{x^2}\left(2x^2 + 1\right).$$

Значит, $e^{x^2}\left(2x^2+1\right)=e^{x^2}\left(5x+4\right) \quad\Rightarrow\quad 2x^2 + \; =1 \;\; x + 5 \quad\Rightarrow$ $x_1 = 3,\;\; x_2 = -1/2$. Оба корня подходят, так как рассмотренный степенной ряд сходится при всех $x \in \mathbb{R}$.

**3.** Умножим первое уравнение системы на $y$:

$$\begin{cases} yy'' + \left(y'\right)^2 = x'y + xy' \\ x'y + xy' = 1 \end{cases}$$

Заметим, что $yy'' + \left(y'\right)^2 = \left(y'y\right)'$ и $x'y + xy' = \left(xy\right)'$. Тогда $\begin{cases} \left(y'y\right)' = 1 \\ \left(xy\right)' = 1 \end{cases}$. Откуда из первого уравнения получаем $y'y = t + C_1 \;\Rightarrow$

$ydy = \left(t + c_1\right)dt \;\Rightarrow\; \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{\left(t + C_1\right)^2}{2} + C_2 \;\Rightarrow\; y = \pm\sqrt{\left(t + C_1\right)^2 + \tilde{C}_2}$. Тогда из второго уравнения находим $x$: $xy = t + C_3 \;\Rightarrow\; x = \dfrac{t + C_3}{y} \;\Rightarrow$

$$x = \pm\frac{t + C_3}{\sqrt{\left(t + C_1\right)^2 + \tilde{C}_2}}.$$

**4.** Продифференцируем обе части тождества по $h$: $f'(x+h) = f'\left(x + \dfrac{h}{2}\right) + \dfrac{h}{2} f''\left(x + \dfrac{h}{2}\right)$.

Положим $x = -\dfrac{h}{2}$, тогда $f'\left(\dfrac{h}{2}\right) = f'(0) + \dfrac{h}{2} f''(0)$. Обозначим $\tilde{x} = \dfrac{h}{2}$. Следовательно, $f'(\tilde{x}) = f'(0) + \tilde{x} \cdot f''(0)$. То есть, функция $f'(\tilde{x})$ является линейной, а значит, функция $f(\tilde{x})$ - квадратичная, то есть, представима в виде $f(x) = ax^2 + bx + c$. Подстановкой убеждаемся, что для функции такого вида тождество справедливо.

**5.** Запишем искомый определитель и представим последний столбец в виде суммы двух столбцов:

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1^2 + k & a_1 a_2 & a_1 a_2 & \dots & a_1 a_2 \\ a_1 a_2 & a_2^2 + k & a_2 a_3 & \dots & a_2 a_n \\ a_1 a_3 & a_2 a_3 & a_3^2 + k & \dots & a_3 a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 a_n & a_2 a_n & a_3 a_n & \dots & a_n^2 + k \end{vmatrix} =$$

$$=\begin{vmatrix} a_1^2+k & a_1a_2 & a_1a_2 & \dots & 0 \\ a_1a_2 & a_2^2+k & a_2a_3 & \dots & 0 \\ a_1a_3 & a_2a_3 & a_3^2+k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1a_n & a_2a_n & a_3a_n & \dots & k \end{vmatrix} + a_n \begin{vmatrix} a_1^2+k & a_1a_2 & a_1a_2 & \dots & a_1 \\ a_1a_2 & a_2^2+k & a_2a_3 & \dots & a_2 \\ a_1a_3 & a_2a_3 & a_3^2+k & \dots & a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1a_n & a_2a_n & a_3a_n & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Во втором определителе из каждого столбца с номером $j$ вычтем последний столбец, умноженный на $a_j$. Тогда

$$D_n = kD_{n-1} + a_n \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & \dots & a_1 \\ 0 & k & 0 & \dots & a_2 \\ 0 & 0 & k & \dots & a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} = kD_{n-1} + k^{n-1}a_n^{\ 2} =$$

$$= k\left(kD_{n-2} + k^{n-2}a^2_{\ n-1}\right) + k^{n-1}a_n^{\ 2} = k^2D_{n-2} + k^{n-1}\left(a_{n-1}^2 + a_n^2\right) = \dots =$$
$$= k^{n-1}\left(k + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2\right).$$

**6.** Пусть $P(x)$ - многочлен. Рассмотрим многочлены вида $q_\pm(x) = \left(P'(x)\right)^2 \pm P'(x) + 1$. Очевидно, что их первообразные $Q_\pm(x)$ есть возрастающие многочлены. А также, что $P'(x) = \dfrac{q_+(x) - q_-(x)}{2}$ и, следовательно, $P(x) = \dfrac{1}{2}Q_+(x) - \dfrac{1}{2}Q_-(x) + C$, что и требовалось доказать.

**7.** Предположим, что $f(0) < 0$. Тогда $0 = 3\cdot 0 + \sin 0 = f\left(f(0)\right) \le f(0) < 0$ - противоречие. Аналогичным образом предположение $f(0) > 0$ также приводит к противоречию. Следовательно, $f(0) = 0$. Продифференцируем тождество три раза:

$f'\left(f(t)\right)\cdot f'(t) \equiv 3 + \cos t$,

$f''\left(f(t)\right)\cdot\left(f'(t)\right)^2 + f'\left(f(t)\right)\cdot f''(t) \equiv -\sin t$,

$f'''\left(f(t)\right)\cdot\left(f'(t)\right)^3 + 3f''\left(f(t)\right)\cdot f''(t)\cdot f'(t) + f'\left(f(t)\right)\cdot f'''(t) \equiv -\cos t$.

Подставим $t = 0$ и $f(0) = 0$ , и учтем, что функция неубывающая:

$f'(0) = 2$, $f''\left(0\right) = 0$, $f'''(0) = -\dfrac{1}{10}$.

**8.** Касательные к параболе в точках $\left(\frac{y_i^2}{2p}, y_i\right)$, $(i=1,2,3)$ задаются уравнениями $yy' = px + \frac{y_i^2}{2}$. Они пересекаются в точках $\left(\frac{y_i y_j}{2p}, \frac{y_i + y_j}{2}\right)$. Следовательно,

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot\left|\det\begin{pmatrix} \frac{y_1^2}{2p} & y_1 & 1 \\ \frac{y_2^2}{2p} & y_2 & 1 \\ \frac{y_3^2}{2p} & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|, \quad S_{KLM} = \frac{1}{2}\cdot\left|\det\begin{pmatrix} \frac{y_1 y_2}{2p} & \frac{y_1 + y_2}{2} & 1 \\ \frac{y_2 y_3}{2p} & \frac{y_2 + y_3}{2} & 1 \\ \frac{y_3 y_1}{2p} & \frac{y_3 + y_1}{2} & 1 \end{pmatrix}\right|.$$

Отсюда находим, что $S_{KLM} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} S$.

**9.** Умножая исходное неравенство на $h(x)$, приведем его к виду $R'(x) - h(x)R(x) \le h(x)g(x)$, где $R(x) = \int_a^x h(t)f(t)dt$. Умножая это неравенство на $\exp\left(-\int_a^x h(t)dt\right)$, получим

$$\left(R(x)\exp\left(-\int_a^x h(t)dt\right)\right)' \le h(x)g(x)\exp\left(-\int_a^x h(t)dt\right).$$

Интегрируя последнее неравенство от $a$ до $x$ и принимая во внимание, что $R(a) = 0$, получим

$$R(x) \le \int_a^x h(t)g(t)\exp\left(\int_a^x h(u)du\right)dt.$$

Наконец, сопоставляя это с исходным неравенством и учитывая определение $R(x)$, получим $f(x) \le g(x) + \int_a^x h(t)g(t)\exp\left(\int_t^x h(u)du\right)dt$.

**10.** Покажем, что существует функция $c(x)$ такая, что функции $\exp\left(\pm c(x)\right)$ удовлетворяют уравнению $y''+a(x)y'+b(x)y=0$. Подставляя $\exp\left(\pm c(x)\right)$ в это уравнение, получаем:

$$\pm c''+\left(c'\right)^2 \pm ac'+b=0 \qquad \Leftarrow \qquad \pm c''+\left(c'\right)^2 \mp \frac{b'}{2b}c'+b=0 \qquad \Leftarrow$$

$$\pm\left(\frac{c''}{c'}-\frac{b'}{2b}\right)+c'+\frac{b}{c'}=0 \Leftarrow \pm\left(\ln\frac{c'}{\sqrt{-b}}\right)'+\sqrt{-b}\left(\frac{c'}{\sqrt{-b}}-\frac{\sqrt{-b}}{c'}\right)=0 \Leftarrow \frac{c'}{\sqrt{-b}}=1$$

$\Leftarrow$ $c(x)$ – некоторая первообразная функции $\sqrt{-b(x)}$ на $X$.

**11.** Все корни уравнения $z^3+|a|z^2+|b|z+|c|=0$ также лежат на окружности $|z|=1$. Для доказательства положим, что $z_1, z_2, z_3$ - корни уравнения $z^3+az^2+bz+c=0$. Тогда $b=z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3=z_1z_2z_3\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}\right)=c\bar{a}$.

Так как $|c|=\left(z_1z_2z_3\right)=1$, то $|a|=|b|$, и второе уравнение принимает вид $z^3+|a|z^2+|a|z+1=0$. Один из корней этого уравнения равен (–1), а два других являются комплексно сопряженными числами, произведение которых равно 1. Следовательно, они также лежат на окружности $|z|=1$.

**12.** Прибавим к обеим частям рекуррентного соотношения 1: $a_{i,j+1}+1=a_{i,j}{}^2+2a_{i,j}+1$, введем обозначение $b_{i,j+1}=a_{i,j}+1$, получим $b_{i,j+1}=b_{i,j}{}^2$. Следовательно, $b_{i,n}=\left(b_{i,0}\right)^{2^n}$, $b_{n,n}=\left(b_{n,0}\right)^{2^n}$,

$$\lim_{n\to\infty}a_{n,n}=\lim_{n\to\infty}\left(b_{n,n}-1\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x}{2^n}+1\right)^{2^n}-1=e^x-1.$$

## Результаты олимпиады 2007 года

В олимпиадах приняли участие команды следующих вузов:

- Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики – ИТМО (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПГПУ (2 команды),
- Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена – РГПУ,
- Санкт-Петербургский государственный университет, факультет прикладной математики и процессов управления – ПМПУ (2 команды)
- Санкт-Петербургский государственный университет, экономический факультет – СПГУ(эк),
- Военно-космическая академия им. А.Ф.Можайского – ВКА (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения – СПГУКиТ,
- Военный инженерно-технический университет – ВИТУ (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) – СПГТИ(ТУ),
- Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций – СПГУВК,
- Северо-западный заочный государственный технический университет – СЗГТУ,
- Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет) – СПГГИ,
- Военно-морской инженерный институт – ВМИИ,
- Государственная морская академия им. адм. С.О.Макарова – ГМА,
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича – СПГУТ,
- Военная Академия Связи им. Буденного Н.А. - ВАС,
- Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет – ГАСУ (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет – СПГЭТУ (ЛЭТИ),
- Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого - НовГУ,
- Петрозаводский государственный университет – ПетрГУ.

## Командное первенство

Если от вуза участвовало две команды, то результат второй указан через дробную черту.

### Северо-Запад

| вуз | Кол-во баллов | место в группе |
|---|---|---|
| ИТМО | 118 | 1 |
| ПМПУ | 83 | 2 |
| НовГУ | 57,5 | 3 |
| ВКА | 51,5 | 4 |
| СПГПУ | 43,5 | 5 |
| СПГЭТУ | 34 | 6 |
| ПетрГУ | 31 | 7 |
| РГПУ | 30 | 8 |
| СПГГИ | 24,5 | 9 |
| СПГУ(ЭК) | 22 | 10 |
| ВИТУ | 21,5 | 11 |
| ГМА | 20 | 12 |
| СПГУВК | 15 | 13 |
| СПГТИ(ТУ) | 14 | 14 |
| СПГУТ | 12 | 15 |
| ВМИИ | 8 | 16 - 17 |
| СПГАСУ | 8 | 16 - 17 |
| ВАС | 6,5 | 18 |
| СПГУКиТ | 5,5 | 19 |
| СЗГТУ | 1,5 | 20 |

### Санкт-Петербург

#### I группа

| вуз | Кол-во баллов | Место в группе |
|---|---|---|
| ИТМО | 189 / 86,5 | 1 |
| СПГПУ | 112,5 / 81,5 | 2 |
| ПМПУ | 107 / 47,5 | 3 |
| НовГУ | 62 | 4 |
| РГПУ | 44 | 5 |
| СПГЭТУ | 40,5 | 6 |
| СПГАСУ | 17 / 20 | 7 |

#### II группа

| вуз | Кол-во баллов | место в группе |
|---|---|---|
| ВКА | 84,5 / 35 | 1 |
| СПГУ(ЭК) | 39,5 | 2 |
| ВИТУ | 32,5 / 5 | 3 |
| СПГТИ (ТУ) | 28,5 | 4 – 5 |
| СПГУТ | 28,5 | 4 - 5 |
| СПГУВК | 21 | 6 |
| СПГУКиТ | 8,5 | 7 |

#### III группа

| вуз | Кол-во баллов | место в группе |
|---|---|---|
| СПГГИ | 32 | 1 |
| ГМА | 22,5 | 2 |
| ВМИИ | 13 | 3 |
| ВАС | 9,5 | 4 |
| СЗГТУ | 1,5 | 5 |

## Личное первенство

### Северо-Запад

| Участник | вуз | кол-во баллов | место в группе | диплом |
|---|---|---|---|---|
| Сатюков Р.В. | ИТМО | 45 | 1 | 1 ст. |
| Павлов Д.С. | ИТМО | 41,5 | 2 | 1 ст. |
| Тур Н.С. | ПМПУ | 34 | 3 | 2 ст. |
| Нгуен Ван Шо | СПГЭТУ | 32 | 4 | 2 ст. |
| Дворкин М.Э. | ИТМО | 31,5 | 5 | 2 ст. |
| Буздов М.А. | ПМПУ | 26,5 | 6 | 3 ст. |

### Санкт-Петербург

### I группа

| Участник | вуз | кол-во баллов | место в группе | диплом |
|---|---|---|---|---|
| Сатюков Р.В. | ИТМО | 45 | 1 | 1 ст. |
| Павлов Д.С. | ИТМО | 41,5 | 2 | 1 ст. |
| Буздалов М.В. | ИТМО | 35,5 | 3 – 4 | 2 ст. |
| Пименов С.Ю. | ИТМО | 35,5 | 3 – 4 | 2 ст. |
| Тур Н.С. | ПМПУ | 34 | 5 – 6 | 2 ст. |
| Капун Е.Д. | ИТМО | 34 | 5 – 6 | 2 ст. |
| Образцов Т. | СПГПУ | 32,5 | 7 | 3 ст. |
| Нгуен Ван Шо | СПГЭТУ | 32 | 8 | 3 ст. |
| Дворкин М.Э. | ИТМО | 31,5 | 9 | 3 ст. |

### II группа

| Участник | вуз | кол-во баллов | место в группе | диплом |
|---|---|---|---|---|
| Орлов Р.С. | ВКА | 21 | 1 | 1 ст. |
| Кубарьков А.В. | ВКА | 20,5 | 2 | 1 ст. |
| Лобков И.А. | ВКА | 19 | 3 | 2 ст. |
| Мочалов Н.С. | ВКА | 12 | 4 - 6 | 3 ст. |
| Данилюк В.А. | СПГУВК | 12 | 4 - 6 | 3 ст. |
| Ваганов А.А. | ВКА | 12 | 4 - 6 | 3 ст. |
| Горшков К.С. | ВКА | 10,5 | 7 – 8 | 3 ст. |
| Загорский Е.П. | ВИТУ | 10,5 | 7 – 8 | 3 ст. |

**III группа**

| Участник | вуз | кол-во баллов | место в группе | диплом |
|---|---|---|---|---|
| Фадеев В.В. | ГМА | 13 | 1 | 1 ст. |
| Ходаковский Е.С. | СПГГИ | 10 | 2 | 2 ст. |
| Нгуен Суан Бак | СПГГИ | 9 | 3 | 2 ст. |
| Васильев Н.В. | ВМИИ | 6 | 4 | 3 ст. |
| Кулеш В.В. | СПГГИ | 5,5 | 5 | 3 ст. |
| Мавричев С.А. | ВАС | 5 | 6 – 7 | 3 ст. |
| Дроздова И.Г. | СПГГИ | 5 | 6 - 7 | 3 ст. |

Жюри наградило поощрительными дипломами за успехи в олимпиаде следующих студентов:

Царев Ф.Н. (ИТМО), Петров И. (СПГПУ), Кожевников М.(СПГПУ), Соколов Д.О. (ИТМО), Соловьев А.К. (НовГУ), Шумов И.К. (НовГУ), Драц А.В. (ПетрГУ), Двас Н. (СПГПУ), Рыбалкин М. (СПГПУ), Синев И.А. (ИТМО).

Дипломом за лучшее решение задачи награждена **Васильева А.В. (НовГУ)**, единственный участник, решивший задачу №10.

**Результаты участников, вошедших в командный зачет**

**Северо-Запад**

ИТМО

| | |
|---|---|
| Сатюков Р.В. | 45 |
| Павлов Д.С. | 41,5 |
| Дворкин М.Э. | 31,5 |

ПМПУ

| | |
|---|---|
| Тур Н.С. | 34 |
| Буздов М.А. | 30 |
| Нгуен Чунг Зунг | 19 |

НовГУ

| | |
|---|---|
| Соловьев А.К. | 19,5 |
| Шумов И.К. | 19,5 |
| Васильева А.В. | 18,5 |

СПГПУ

| | |
|---|---|
| Двас Н. | 24 |
| Оленников А. | 10,5 |
| Егоров А. | 9 |

ВКА

| | |
|---|---|
| Кубарьков А.В. | 20,5 |
| Лобков И.А. | 19 |
| Ваганов А.А. | 12 |

СПГЭТУ

| | |
|---|---|
| Нгуен Ван Шо | 32 |
| Школьный Р. | 2 |

РГПУ

| | |
|---|---|
| Никулина Ю.С. | 18 |
| Гордеев Е.В. | 6 |
| Яковлева Т.В. | 6 |

СПГТИ(ТУ)

| | |
|---|---|
| Кузьменко И.Ю. | 6,5 |
| Демидов П.А. | 6 |
| Бодалев И.С. | 1,5 |

СПГГИ

| | |
|---|---|
| Ходаковский Е.С. | 10 |
| Нгуен Суан Бак | 9 |
| Кулеш В.В. | 5,5 |

СПГУТ

| | |
|---|---|
| Николаев Я. | 6 |
| Кочкарев А. | 3 |
| Абрамович С. | 3 |

СПГУ(ЭК)

| | |
|---|---|
| Фокин Р.С. | 11 |
| Новиков Ф.В. | 7 |
| Елизарова Н.В. | 4 |

СПГАСУ

| | |
|---|---|
| Зенович О. | 5 |
| Пашкова А. | 2 |
| Монахов В. | 1 |

ВИТУ

| | |
|---|---|
| Загорский Е.П. | 10,5 |
| Григоращенко А.Е. | 7,5 |
| Грибов А.И. | 3,5 |

ВМИИ

| | |
|---|---|
| Васильев Н.В. | 6 |
| Сосунов А.С. | 2 |

ГМА

| | |
|---|---|
| Фадеев В.В. | 13 |
| Чабаненко С.А. | 4 |
| Губинский И.М. | 3 |

ВАС

| | |
|---|---|
| Мавричев С.А. | 5 |
| Катков М.А. | 1 |
| Володько С.Ю. | 0,5 |

ПетрГУ

| | |
|---|---|
| Драц А.В. | 16,5 |
| Лукашенко О.В. | 10,5 |
| Некрасов М.Ю. | 4 |

СПГУКиТ

| | |
|---|---|
| Величко А.С. | 2,5 |
| Решетов И.Н. | 1,5 |
| Кожевникова В.С. | 1,5 |

СПГУВК

| | |
|---|---|
| Данилюк В.А. | 12 |
| Казанцев Н.В. | 2 |
| Чалдыкин Е.И. | 1 |

СЗГТУ

| | |
|---|---|
| Сизов А.Н. | 1 |
| Меркулов М.Н. | 0,5 |

## Санкт-Петербург

### I группа

ИТМО

| | |
|---|---|
| Сатюков Р.В. | 45 |
| Павлов Д.С. | 41,5 |
| Буздалов М.В. | 35,5 |
| Пименов С.Ю. | 35,5 |
| Дворкин М.Э. | 31,5 |

ПМПУ

| | |
|---|---|
| Тур Н.С. | 34 |
| Буздов М.А. | 30 |
| Нгуен Чунг Зунг | 19 |
| Хицко А.С. | 12 |
| Богданова Д.Н. | 12 |

СПГПУ

| | |
|---|---|
| Образцов Т. | 32,5 |
| Двас Н. | 24 |
| Петров И. | 22,5 |
| Рыбалкин М. | 19,5 |
| Помелов А. | 14 |

НовГУ *)

| | |
|---|---|
| Соловьев А.К. | 19,5 |
| Шумов И.К. | 19,5 |
| Степанова Д. | 10 |
| Разуваева Е.Г. | 7 |
| Груша А.Ю. | 6 |
| Гарбарь С.В. | 6 |

РГПУ

| | |
|---|---|
| Никулина Ю.С. | 18 |
| Хоанг Нгы Хуан | 8,5 |
| Яковлева Т. В. | 6 |
| Гордеев Е. В. | 6 |
| Курилов И.А. | 5,5 |

СПГЭТУ

| | |
|---|---|
| Нгуен Ван Шо | 32 |
| Романовский М. | 6,5 |
| Школьный Р. | 2 |

СПГАСУ

| | |
|---|---|
| Прусова Л. | 5,5 |
| Ситникова А. | 4,5 |
| Гайнетдинова Р. | 4 |
| Лабецкая Е. | 4 |
| Пашкова А. | 2 |

**II группа**

ВКА

| | |
|---|---|
| Орлов Р.С. | 21 |
| Кубарьков А.В. | 20,5 |
| Лобков И.А. | 19 |
| Ваганов А.А. | 12 |
| Мочалов Н.С. | 12 |

СПбГУ(ЭК)

| | |
|---|---|
| Хотяков М.В. | 13,5 |
| Фокин Р.С. | 11 |
| Новиков Ф.В. | 7 |
| Елизарова Н.В. | 4 |
| Ильин А.П. | 4 |

СПГУТ

| | |
|---|---|
| Пяттаев А. | 10 |
| Скоморошко В. | 7 |
| Туртыгин И. | 4,5 |
| Абрамович В. | 3 |
| Колемагин С. | 2 |
| Белокурова Ю. | 2 |

СПГТИ (ТУ)

| | |
|---|---|
| Кузьменко И.Ю. | 6,5 |
| Цветков А.А. | 6,5 |
| Косарев Д.А. | 6,5 |
| Демидов П.А. | 6 |
| Вахрушев А.О. | 3 |

ВИТУ *)

| | |
|---|---|
| Загорский Е.П. | 10,5 |
| Григоращенко А.Е. | 7,5 |
| Коломойцев М.С. | 7,5 |
| Зеленков П.А. | 5 |
| Грибов А.И. | 3,5 |
| Фарихов Д.Р. | 3,5 |

СПГУВК

| | |
|---|---|
| Данилюк В.А. | 12 |
| Куприянов И.А. | 3 |
| Казанцев Н.В. | 2 |
| Строков Д.А. | 2 |
| Хан И.А. | 2 |

СПГУКиТ *)

| | |
|---|---|
| Величко А.С. | 2,5 |
| Дружинина А. | 2 |
| Решетов И.Н. | 1,5 |
| Кожевникова В.С. | 1,5 |
| Кученкова О.Е. | 1 |
| Марченко Е.О. | 1 |
| Красавина М.Ю. | 1 |

**<u>III группа</u>**

СПГГИ *)

| | |
|---|---|
| Ходаковский Е.С. | 10 |
| Нгуен Суан Бак | 9 |
| Кулеш В.В. | 5,5 |
| Степанова О.С. | 5 |
| Борисов М.В. | 2,5 |
| Дроздова И.Г. | 2,5 |

ГМА

| | |
|---|---|
| Фадеев В.В. | 13 |
| Чабаненко С.А. | 4 |
| Губинский И.М. | 3 |
| Ивановский М.А. | 2,5 |

СЗГТУ

| | |
|---|---|
| Сизов А.Н. | 1 |
| Меркулов М.Н. | 0,5 |

ВМИИ

| | |
|---|---|
| Васильев Н.В. | 6 |
| Беляев А.С. | 2,5 |
| Сосунов А.С. | 2 |
| Дроздов В.И. | 1,5 |
| Ткачев А.С. | 1 |

ВАС

| | |
|---|---|
| Мавричев С.А. | 5 |
| Тимофеев С.А. | 2 |
| Катков М.А. | 1 |
| Иванин А.Н. | 1 |
| Володько С.Ю. | 0,5 |

*) В зачет команды вошли пять участников.

**Количество участников, решивших задачи** (определено по формуле: полная сумма набранных всеми участниками баллов за задачу, деленная на стоимость задачи).

| **№ задачи** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Кол-во решивших** | 72 | 53 | 49 | 38 | 35 | 26 | 32 | 15 | 3 | 1 | 9 | 21 |