

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Санкт-Петербургский государственный
университет информационных технологий,
механики и оптики**

**Студенческая математическая олимпиада
Северо-Запада России
2011г.**



Санкт-Петербург

2011

В 2011 г. студенческая олимпиада Северо-Запада России по математике проводилась Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики (СПбГУ ИТМО). Каждый вуз мог выставить одну или две команды по 3 человека (в командный зачет входили все участники команды) и студентов в личный зачет. В личном зачете участвовали все заявленные студенты. Результат вуза в командном зачете определялся по результату лучшей из его команд (если их две).

Олимпиада проводилась в воскресенье 10 апреля 2011 года. На решение задач отводилось 4 часа. Пользоваться справочной литературой не разрешалось. Студентам всех групп было предложено 12 задач.

Председателем жюри был профессор СПбГУ Н.А. Широков. В оргкомитет олимпиады входили: ректор СПбГУ ИТМО, проф., д.т.н. Васильев В.Н., проф., д.ф.-м.н. Попов И.Ю., доц., к.ф.-м.н. Фролов В.М., доц., к.ф.-м.н. Лобанов И.С., асс. Трифанов А.И., доц. Блинова И.В., доц. Трифанова Е.С.

Составители: проф., д.ф.-м.н. Н.А. Широков, проф., д.ф.-м.н. Попов И.Ю., доц.: к.ф.-м.н. Фролов В.М., к.ф.-м.н. Рыжков А.Е., к.ф.-м.н. Трифанова Е.В., к.т.н. Блинова И.В., к.ф.-м.н. Лобанов И.С., ст. преп. Родина Т.В., асс.: Трифанов А.И., Петтай П.П.

**Задачи студенческой математической олимпиады Северо-Запада России
10 апреля 2011 года**

1. Всякий ли положительный многочлен от двух вещественных переменных достигает своей нижней грани на плоскости? (3 балла)

2. Пусть $b \in \mathbb{R}$. Для любого целого $m \geq 0$ определим последовательность $\{a_m(j)\}$, $j = 0, 1, 2, \dots$ условием: $a_m(0) = \frac{b}{2^m}$, $a_m(j+1) = (a_m(j))^2 + 2a_m(j)$, $j \geq 0$. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(n)$. (3 балла)

3. Найти асимптоты кривой, заданной уравнением $x^4 - y^4 = x^3 + 2y^3$. (3 балла)

4. Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такова, что $|f(a) - f(b)| < |a - b|$ для любых $a \neq b$. Доказать, что если $f(f(f(0))) = 0$, то $f(0) = 0$. (3 балла)

5. Пусть A - вещественная $n \times n$ матрица. Известно, что длина каждого из векторов столбцов матрицы не меньше 1. Докажите, что выражение $\ln(\det(AA^T)) + n$ не превосходит суммы квадратов всех элементов матрицы. (6 баллов)

6. Решить уравнение $y' = \frac{3y^3 + 2yx^6}{x^7 + xy^2}$. (6 баллов)

7. Пусть $f(x)$ положительна, непрерывна и монотонно убывает на $[a, b]$. Доказать, что

$$\int_a^b (x-a)f^2(x)dx \leq \frac{1}{2} \left(\int_a^b f(x)dx \right)^2. \text{ (6 баллов)}$$

8. Рассмотрим устройство (A) , которое, будучи помещено в точку A плоскости, удаляет из нее все точки, расстояние которых от A иррационально. Какое минимальное количество устройств необходимо, чтобы удалить все точки плоскости. (6 баллов)

9. Пусть X - линейное пространство на поле вещественных чисел, $\dim X = 10$, L_1 и L_2 - подпространства X , причем $L_1 \subset L_2$, $\dim L_1 = 3$, $\dim L_2 = 6$. Пусть Y - линейное пространство всех линейных преобразований $A: X \rightarrow X$, для которых L_1 и L_2 являются инвариантными (подпространство L линейного пространства X называется инвариантным относительно линейного преобразования $A: X \rightarrow X$, если действие этого преобразования не выводит из L , т.е. $A(L) \subset L$). Найти размерность пространства Y . (6 баллов)

10. Пусть полиномы P_1, P_2 являются решениями функционального уравнения $P^2(x) - P^2(y) = P(x+y)P(x-y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ и $P_2 \neq 0$. Доказать:

$$\left(\frac{P_1(x)}{P_2(x)} \right)' \leq \sqrt{1 + \frac{P_1^2(x)}{P_2^2(x)} + \frac{P_1^4(x)}{P_2^4(x)}}. \text{ (9 баллов)}$$

11. Вычислить $\int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} e^{-2011(t+t^{-1})} dt$. (9 баллов)

12. Пусть $I_m = \int_0^{2\pi} \cos x \cos(2x) \dots \cos(mx) dx$. Для каких целых m , $1 \leq m \leq 20$ верно: $I_m \neq 0$? (9 баллов)

Количество участников, решивших задачи (определено по формуле: полная сумма набранных всеми участниками баллов за задачу, деленная на стоимость задачи).

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кол-во решивших	9	34	14	33	14	20	17	12	15	7	11	14

Решения задач

1. Не всякий. Пример $x^2 + (xy - 1)^2$.

2. $a_m(j+1) + 1 = (a_m(j) + 1)^2$. Поэтому индукцией по j получаем

$$a_m(j) = (a_m(0) + 1)^{2^j} - 1. \text{ Значит, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{b}{2^n}\right)^{2^n} - 1 = e^b - 1.$$

3. Зададим кривую параметрически. Пусть $y = tx$ Тогда $x^4 - t^4 x^4 = x^3 + 2t^3 x^3$,

$x = \frac{1 + 2t^3}{1 - t^4}$, $y = \frac{t(1 + 2t^3)}{1 - t^4}$. Асимптота ($x \rightarrow \infty$ или $y \rightarrow \infty$) получается только при $t \rightarrow \pm 1$. Тогда $k = \lim_{t \rightarrow \pm 1} t = \pm 1$. То есть асимптоты - только наклонные. Найдем

$$b_1 = \lim_{t \rightarrow 1} (y - kx) = \lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{t(1 + 2t^3)}{1 - t^4} - \frac{1 + 2t^3}{1 - t^4} \right) = -\frac{3}{4}.$$

$$b_2 = \lim_{t \rightarrow -1} (y - kx) = \lim_{t \rightarrow -1} \frac{(t+1)(1 + 2t^3)}{1 - t^4} = -\frac{1}{4}.$$

Ответ: $y = x - \frac{3}{4}$, $y = -x - \frac{1}{4}$

4. $|f(a) - f(b)| \leq |a - b|$, причем равенство достигается только при $a = b$. Пусть

$x = f(0)$, $y = f(x)$. Тогда $f(y) = f(f(f(0))) = 0$. По условию

$$|x - 0| \geq |f(x) - f(0)| = |y - x| \geq |f(y) - f(x)| = |0 - y| \geq |f(0) - f(y)| = |x - 0|$$

Поэтому во всех промежуточных неравенствах стоят равенства.

5. $\ln(\det(AA^T)) = \ln(\det A)^2$, $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - n = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - 1 \right)$. По условию задачи

$\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 \geq 1 \forall j = \overline{1, n}$. Вспомним легко доказываемое неравенство $\ln(1+x) \leq x$ при $x \geq 0$. Взяв

$\left(\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - 1 \right)$ в качестве x , получим $\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - 1 \geq \ln \left(1 + \sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - 1 \right) = \ln \sum_{i=1}^n a_{ij}^2$. Тогда

$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 - 1 \right) \geq \sum_{j=1}^n \ln \sum_{i=1}^n a_{ij}^2 = \ln \prod_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^2$. Значит нам достаточно доказать, что

$\ln(\det A)^2 \leq \ln \prod_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^2 \Leftrightarrow |\det A| \leq \sqrt{\prod_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^2}$, а это уже хорошо известное неравенство

Адамара, которое имеет прозрачный геометрический смысл: модуль определителя матрицы равен объёму n -мерного косоугольного параллелепипеда, построенного на векторах матрицы, а выражение, стоящее справа – произведение длин соответствующих векторов (рёбер параллелепипеда).

$$6. \frac{3y^3 + 2yx^6}{x^7 + xy^2} = \frac{y}{x} \left(3 - \frac{x^5}{x^6 + y^2} \right). \quad y' - \frac{3}{x}y = -\frac{x^5 y}{x^6 + y^2} \Leftrightarrow (yx^{-3})' = \frac{yx^{-3}}{x((yx^{-3})^2 + 1)}. \quad \text{Вводим}$$

новую переменную $u = yx^{-3}$. Тогда получаем $u' = \frac{u}{x(u^2 + 1)} \Leftrightarrow \left(u + \frac{1}{u}\right) du = \frac{dx}{x} \Leftrightarrow$

$$\frac{u^2}{2} + \ln u = \ln(Cx) \Leftrightarrow e^{\frac{u^2}{2}} = \frac{Cx}{4} \Leftrightarrow \frac{y}{x^4} e^{\frac{y^2}{2x^6}} = C.$$

$$7. \left(\int_a^b f(x) dx \right)^2 = \int_a^b f(x) dx \int_a^b f(y) dy = \iint_{\Omega} f(x)f(y) dx dy, \quad \text{где } \Omega = [a, b] \times [a, b]. \quad \text{Пусть}$$

$T = \{(x, y) \in \Omega, x > y\}$. Тогда

$$\iint_{\Omega} f(x)f(y) dx dy = 2 \iint_T f(x)f(y) dx dy = 2 \int_a^b dx \int_a^x f(x)f(y) dy \geq 2 \int_a^b dx \int_a^x f^2(x) dy = 2 \int_a^b (x-a) f^2(x) dx$$

т.к. $x \geq y \Rightarrow f(y) \geq f(x)$.

8. Двух устройств (AB) недостаточно. Действительно, пусть $r > \frac{AB}{2}$, r - рационально.

Тогда окружности радиусов r с центрами в A и B пересекаются. И точка R их пересечения не удаляется ни одним из двух устройств.

Трёх устройств (ABC) достаточно. Пусть $a \in \mathbb{Q}$ такого, что a^2 иррационально (например $a = \sqrt[3]{2}$). Пусть $A = (-a, 0)$, $B = (0, 0)$, $C = (a, 0)$. Возьмем произвольную точку $P(x, y)$. Тогда

$$AP^2 + CP^2 - 2BP^2 = (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2 - 2(x^2 + y^2) = 2a^2$$

- иррационально, поэтому AP , BP , CP не могут быть все рациональными. Значит P будет удалена.

9. Рассмотрим такой базис $\{e_1, e_2, \dots, e_{10}\}$ пространства X , такой, что $\{e_1, e_2, e_3\}$ - базис в L_1 , а $\{e_1, e_2, \dots, e_6\}$ - базис в L_2 . В этом базисе любая матрица A из пространства Y имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \end{pmatrix}$$

Следовательно, $\dim Y = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 10 = 67$.

10. Положим в уравнении $x = y = 0$. Найдем $P(0) = 0$. Продифференцируем уравнение по x и положим $x = y$. Получим

$$2P'(x)P(x) = P(2x)P'(0) + P'(2x)P(0) = P(2x)P'(0) \quad (*)$$

а) Если $P'(0) = 0$, то $P(x) = \text{const} \Rightarrow P(x) \equiv 0$ (т.к. $P(0) = 0$).

б) Пусть $P'(0) \neq 0$. Если P - полином степени n , то в (*) слева стоит полином степени $2n-1$, а справа степени n . Т.к. равенство выполнено при любом x , то $2n-1 = n \Rightarrow n = 1$. $\Rightarrow P(x) = ax$ (т.к. $P(0) = 0$). Значит, $\frac{P_1}{P_2} = \text{const}$ и

требуемое неравенство верно.

11. Пусть $I(a) = \int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} e^{a(t+t^{-1})} dt$. Интеграл сходится, т.к. подынтегральное выражение ограничено $t^{-\frac{1}{2}}$ на $(0,1]$ и e^{-at} на $[1, \infty)$.

Значит, $I(a) = \lim_{B \rightarrow \infty} \left(\int_{\frac{1}{B}}^1 t^{-\frac{1}{2}} e^{-a(t+t^{-1})} dt + \int_1^B t^{-\frac{1}{2}} e^{-a(t+t^{-1})} dt \right)$. Заменяя t на $\frac{1}{t}$ в первом интеграле,

получим $I(a) = \lim_{B \rightarrow \infty} \int_1^B (t^{-\frac{1}{2}} + t^{-\frac{3}{2}}) e^{-a(t+t^{-1})} dt$. Теперь используем замену $u = \sqrt{a}(t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}})$.

Находим $I(a) = 2a^{-\frac{1}{2}} \lim_{B \rightarrow \infty} \int_0^{\sqrt{a}(B^{\frac{1}{2}} - B^{-\frac{1}{2}})} e^{-u^2 - 2a} du = 2a^{-\frac{1}{2}} e^{-2a} \int_0^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-2a}$.

Значит, $I(2011) = \sqrt{\frac{\pi}{2011}} e^{-4022}$

12. $I_m = \int_0^{2\pi} \prod_{k=1}^m \left(\frac{e^{ikx} + e^{-ikx}}{2} \right) dx = \frac{1}{2^m} \sum_{\varepsilon_k \neq \pm 1} \int_0^{2\pi} e^{i(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \dots + m\varepsilon_m)x} dx$, где сумма берется по всем наборам $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m)$, где ε_k принимает значение $+1, -1$. Для целого t :

$$\int_0^{2\pi} e^{itx} dx = \begin{cases} 2\pi, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Таким образом, $I_m \neq 0$ тогда и только тогда, когда 0 может быть представлен в виде $0 = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \dots + m\varepsilon_m$ для некоторых $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m \in \{-1, 1\}$. Т.к замена 1 на -1 (-1 на 1) меняет сумму на число, кратное двум, то

$$0 = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \dots + m\varepsilon_m \equiv (1 + 2 + \dots + m)(\text{mod } 2) = \frac{m(m+1)}{2}(\text{mod } 2).$$

Поэтому $m(m+1) \equiv 0(\text{mod } 4) \Rightarrow \begin{cases} m \equiv 0(\text{mod } 4), \\ m \equiv 3(\text{mod } 4). \end{cases}$

Это необходимое условие для того, чтобы $I_m \neq 0$. Покажем, что оно достаточное.

Если $m \equiv 0(\text{mod } 4)$, то

$$0 = (1 - 2 - 3 + 4) + (5 - 6 - 7 + 8) + \dots + ((m-3) - (m-2) - (m-1) + m)$$

Если $m \equiv 3(\text{mod } 4)$, то

$$0 = (1 + 2 - 3) + (4 - 5 - 6 + 7) + (8 - 9 - 10 + 11) + \dots + ((m-3) - (m-2) - (m-1) + m)$$

Итак, $I_m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \equiv 0(\text{mod } 4), \\ m \equiv 3(\text{mod } 4). \end{cases}$ Такие числа от 1 до 20: 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20.

Ранжированный список команд вузов участников 1-го тура студенческой олимпиады Санкт-Петербурга по математике 2010-11 учебного года.

	ВУЗ	ВЕС задачи / номер задачи											Сумма баллов		Командное место	
		3	3	3	3	6	6	6	6	6	9	9	9	участника		команды
	ФИО участника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
Московский Физико-Технический Институт (МФИ)																
1	Мищенко Павел Андреевич		3	2	3	6	5,5	6	6	6	9	9	9	64,5	141	1
2	Головкин Андрей Юрьевич			1	3		5	6	6	6	0	0	0	31		
3	Гимадеев Ренат Айратович	0,5	3	3	3	6	6	6	6	6	6	0	0	45,5		
Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики (ИТМО)																
1	Капун Евгений Дмитриевич		3	2	3		6	6	6	6	9	9	9	59	120,5	2
2	Банных Антон Геннадьевич	1	3	0	3			6	1	5,5	0	3		22,5		
3	Кевор Михаил Еневич		3		3	4,5	6	6	6	6		4		39		
Санкт-Петербургский государственный университет (Физический факультет) (СПбГУ(Ф))																
1	Сандомирский		3		3		6	6	0	6	1		9	34	107,5	3

	Федор Алексе- вич																
2	Смирнов Андрей Борисович	0	0	1	3	3	6	6	1	5	1	0,5		26,5			
3	Порецкий Алек- сандр Сергеевич	0	3			6	6	6	0	6	3	8	9	47			
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (СПбГПУ)																	
1	Присивко Вяче- слав Вадимович	0	0	0	3		0,5	6		0				9,5	94,5	4	
2	Соболев Антон Игоревич			1	3	6	6	6		6	0	9	9	46			
3	Кравчук Петр Александрович		3		0	6	6	6	6	3			9	39			
Балтийский государственный технический университет «ВоенМех» им. Д.Ф.Устинова (БГТУ)																	
1	Величко Виктор Евгеньевич		2	1	0		4	0				0	2	9	70	5	
2	Мостовых Павел Сергеевич		3	3	3	6	6	0	6	6	6	5	9	53			
3	Лебедев Дмитрий Сергеевич	0	1	0	0	0		0	0	0	0		7	8			
Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) (ГТИ(ТУ))																	
1	Бодалев Иван Сергеевич	1							1			2	9	13	32	6	
2	Тратканов Дмит- рий Алексеевич	2	1	0	3							0	6				
3	Демидов Иван Викторович	2	2	1	0	0		3	0	0	1	4		13			
Вологодский государственный педагогический университет (ВГПУ)																	
1	Серков Антон Васильевич	0	3		0	6		0				8		17	29,5	7	
2	Суворов Иван Игоревич	0	3	0	3			5,5						11,5			
3	Соколов Миро- слав Валентино- вич				0				1				0	1			
Санкт-Петербургский государственный университет(Экономический факультет) (СПбГУ(Э))																	
1	Горохова Евгения Андреевна	1	3	1	0						0		0	5	24	8	
2	Викулаев Павел Сергеевич		3		3	0	1		1				8				
3	Фадеев Евгений Сергеевич		0		3	6			0			0	2	11			
Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций (СПбГУВК)																	
1	Павлов Сергей Михайлович		1		3							3		7	19	9	
2	Журавлев Андрей Михайлович											7	7				
3	Павлов Тимофей Викторович		1	0			4	0						5			
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)																	
1	Рыбакова Мария Михайловна		3		0	0,5		0	0	1	0	0		4,5	18	10	
2	Чу Шы Чонг		2	1		0	0				2	8	0	13			
3	Олейник Андрей Леонидович		0,5											0,5			
Государственная морская академия им. адм. С.О. Макарова (ГМА)																	

1	Шибeko Влади-мир		3		3		5					0	11	16	11	
2	Фомченков Евге-ний Викторович	3	0	0	0			0	0			0	2			5
3	Подобед Алексей Петрович					0							0			
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого (Нов.ГУ)																
1	Ложкин Алексей Геннадьевич	0	3		0	0			0			0		3	15	12
2	Сначева Алек-сандра Андреевна			0				0		0	2,5	2	4,5			
3	Суханова Нина Алексеевна		0	0				0	0		0,5	7	7,5			
Военный инженерно-технический институт (ВИТИ)																
1	Мошков Григо-рий Дмитриевич	1	0				3							4	14,5	13
2	Ганиев Ильдар Марсович					0,5	2				2,5	0	5			
3	Коньгин Игорь Олегович	1,5	1	0		0,5					2,5		5,5			
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ)																
1	Миляева Елена Павловна		0		3			0				0		3	11	14
2	Гущина Наталья Викторовна	0	0	0	3	1	0	0			0,5		4,5			
3	Жирнова Екате-рина Алексан-дровна	0	0	0	3	0,5		0		0	0		3,5			
Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена (РГПУ)																
1	Парамонов Арсе-ний Васильевич	1	0	0	3				1					5	15	
Северо-Западный заочный государственный технический университет (СЗТУ)																
1	Придачин Николай Александрович	0	1		0				0					1	4	16
2	Шаргалин Алек-сей Юрьевич		0	1	2			0					3			
Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения (СПбГУ КиТ)																
1	Крылов Михаил Михайлович	0			0		0	0	0			0	0	0	3	17
2	Величко Артем Сергеевич				2			0				0	2			
3	Шелестов Андрей Сергеевич	0	0	0			0	0		1	0	0	1			
Санкт-Петербургский государственный университет сервиса и экономики (СПбГУ СиЭ)																
1	Ждек Денис Оле-гович						0							0	0	18
2	Попцова Наталья Александровна	0	0			0		0		0	0	0	0			

Ранжированный список участников математической олимпиады вузов Санкт-Петербурга 2010 г.

ФИО	ВУЗ	ВЕС задачи (макс. количество баллов) / номер задачи												Кол-во	Место
		3	3	3	3	6	6	6	6	6	6	9	9		

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	балл	
Мищенко Павел Андреевич	МФТИ		3	2	3	6	5,5	6	6	6	9	9	9	64,5	1
Котов Андрей Юрьевич	МФТИ	3	3	3	3	0	6	6	6	6	9	9	9	63	2
Капун Евгений Дмитриевич	ИТМО		3	2	3		6	6	6	6	9	9	9	59	3
Мостовых Павел Сергеевич	БГТУ		3	3	3	6	6	0	6	6	6	5	9	53	4
Порецкий Александр Сергеевич	СПбГУ Ф	0	3			6	6	6	0	6	3	8	9	47	5
Соболев Антон Игоревич	СпбГПУ			1	3	6	6	6		6	0	9	9	46	6
Гимадеев Ренат Айратович	МФТИ	0,5	3	3	3	6	6	6	6	6	6	0	0	45,5	7
Кравчук Петр Александрович	СпбГПУ		3		0	6	6	6	6	3			9	39	8-9
Кевер Михаил Еневич	ИТМО		3		3	4,5	6	6	6	6		4		39	8-9
Аксенов Виталий Евгеньевич	ИТМО	1	3	0	3	6	5,5	1	5		9	1		34,5	10
Сандомирский Федор Алексеевич	СПбГУ Ф		3		3		6	6	0	6	1		9	34	11
Головко Андрей Юрьевич	МФТИ			1	3		5	6	6	6	0	0	0	31	12
Исенбаев Владислав Вольдемарович	ИТМО	1		2	3	6		3	6	6				27	13
Смирнов Андрей Борисович	СПбГУ Ф	0	0	1	3	3	6	6	1	5	1	0,5		26,5	14
Соколов Олег Владимирович	ИТМО	3	3	3	3		6	0	0		0	0,5	7	25,5	15
Баннных Антон Геннадьевич	ИТМО	1	3	0	3			6	1	5,5	0	3		22,5	16
Бойцев Антон Александрович	ИТМО	0	3	1	2		4	2		0		5	5	22	17-19
Бабушкин Максим Владимирович	ИТМО	0				6		1	8				7	22	17-19
Майоров Михаил Александрович	ИТМО	3	3		3	1,5		0	1	6				22	17-19
Шевченко Дмитрий Сергеевич	ИТМО	0	3		3			5,5	0			8		19,5	20
Буздалов Максим Викторович	ИТМО	0	3	0	3	5,5		0	1	6	0			18,5	21
Серков Антон Васильевич	ВГПУ	0	3		0	6		0				8		17	22
Васильев Артем Тарасович	ИТМО		3	3	3						7,5			16,5	23
Зарубкин Евгений Олегович	ИТМО	0	3	3	2		6	0			0			14	24
Бодалев Иван Сергеевич	ГТИ(ТУ)	1							1			2	9	13	25-28
Демидов Иван Викторович	ГТИ(ТУ)	2	2	1	0	0		3	0	0	1	4		13	25-28
Чу Шы Чонг	ЛЭТИ		2	1		0	0				2	8	0	13	25-28
Вавулин Дмитрий Николаевич	ИТМО	0	2	0	3	0	6		2					13	25-28
Краско Евгений Сергеевич	ИТМО		3	1	3			0	1			4		12	29
Суворов Иван Игоревич	ВГПУ	0	3	0	3			5,5						11,5	30

Юрьевич															
Ложкин Алексей Геннадьевич	Нов.ГУ	0	3		0	0			0			0		3	59-63
Величко Артем Сергеевич	СПбГУ КиТ				2			0				0		2	64
Придачин Николай Александрович	СЗТУ	0	1		0				0					1	65-71
Бажукова Галина Васильевна	ГТИ (ТУ)						1	0				0		1	65-71
Егорихин Никита Олегович	ГТИ (ТУ)	0	1				0	0	0			0		1	65-71
Шелестов Андрей Сергеевич	СПбГУ КиТ	0	0	0			0	0			1	0	0	1	65-71
Иванов Антон Константинович	ИТМО			0							1			1	65-71
Соколов Мирослав Валентинович	ВГПУ				0				1					1	65-71
Липатов Александр Владимирович	Нов.ГУ		1	0	0				0			0		1	65-71
Кубышкин Артем Александрович	ГМА			0								0,5		0,5	72-75
Росси Маргарита Евгеньевна	Нов.ГУ			0	0	0	0,5					0		0,5	72-75
Станкевич Дмитрий Сергеевич	ВИТИ	0			0		0,5	0	0			0		0,5	72-75
Олейник Андрей Леонидович	ЛЭТИ		0,5											0,5	72-75
Подобед Алексей Петрович	ГМА				0									0	76-85
Крылов Михаил Михайлович	СПбГУ КиТ	0			0		0	0	0			0	0	0	76-85
Ждек Денис Олегович	СПбГУ СиЭ						0							0	76-85
Попцова Наталья Александровна	СПбГУ СиЭ	0	0			0		0		0		0	0	0	76-85
Демьянюк Виталий Юрьевич	ИТМО		0					0				0		0	76-85
Иванова Ирина Владимировна	ГТИ (ТУ)		0	0										0	76-85
Шипицин Олег Романович	ГТИ (ТУ)													0	76-85
Кучеренко Евгения Владимировна	ГМА													0	76-85
Бродягин Владислав Васильевич	ГМА		0	0		0								0	76-85
Омельченко Андрей Сергеевич	ВИТИ			0			0	0						0	76-85

Дипломами первой степени награждены студенты, занявшие 1-3 места,
второй степени – 4 – 9 места,
третьей степени – 10 – 19 места,
поощрительными дипломами – 20 – 32 места.