Министерство образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский государственный
институт точной механики и оптики
(технический университет)

Математическая олимпиада Санкт-Петербурга среди студентов технических вузов 2003г.

Санкт-Петербург
2003

В 2000 - 2003 гг. студенческая олимпиада г. Санкт-Петербурга по математике проводилась Санкт-Петербургским государственным институтом точной механики и оптики (техническим университетом). В 2003 г. в ней участвовали команды из 15 вузов города. Участники были разбиты на три группы по количеству часов курса высшей математики в вузе. В первую группу вошли вузы с объемом курса, превышающим 550 часов, во вторую - с объемом от 400 до 550 часов, в третью - с объемом менее 400 часов. Каждый вуз мог выставить одну или две команды по 7 человек. В личном зачете участвовали все заявленные студенты. В командный зачет входили пять участников с лучшими результатами из команды. Результат вуза в командном зачете определялся по результату лучшей из его команд (если их две).

Олимпиада проводилась в воскресенье 20.04.2003. На решение задач отводилось 4 часа. Пользоваться справочной литературой не разрешалось. Студентам всех групп было предложено 12 задач.

Председателем жюри был профессор СПбГУ, д.ф.-м.н. Н.А. Широков. В оргкомитет олимпиады входили: ректор СПбГИТМО(ТУ), проф., д.т.н. Васильев В.Н., проф., д.ф.-м.н Попов И.Ю., доц., к.ф.-м.н. Фролов В.М., асс. Фролов С.В, асс. Сытенко Н.В.

Составители: проф., д.ф.-м.н. Н.А. Широков, проф., д.ф.-м.н. Попов И.Ю., доц., к.ф.-м.н. Фролов В.М., асс. Фролов С.В, асс. Сытенко Н.В., студ. Гортинская Л.В., студ. Тесовская Е.С.

Задачи олимпиады Санкт-Петербурга
среди студентов технических вузов
20.04.2003

1. Решить краевую задачу

$xy''+2y'-xy=0$, $y(+0)=\lim\limits_{x\to+0} y(x)$ - ограничено, $y(\ln 2)=\dfrac{3}{\ln 16}$.

(2 балла)

2. Если функции $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ непрерывны на [a, b] и дифференцируемы в (a, b), то существует точка $c\in(a,b)$ такая, что $\begin{vmatrix} f(a) & g(a) & h(a) \\ f(b) & g(b) & h(b) \\ f'(c) & g'(c) & h'(c) \end{vmatrix}=0$

(2 балла)

3. Доказать, что многочлены $(z+1)^{2003}+1$ и $z^{20}-2002\cdot z^{10}-2003$ не имеют общих комплексных корней.

(4 балла)

4. Пусть $P(x)$ - многочлен степени $n>1$, x_1, x_2, ..., x_n - его различные корни. Доказать, что $\dfrac{1}{P'(x_1)}+\dfrac{1}{P'(x_2)}+...+\dfrac{1}{P'(x_n)}=0$.

(6 баллов)

5. На черных клетках шахматной доски написаны $ch\,x$, а на белых - $sh\,x$. За один ход можно все функции, стоящие на какой-то горизонтали или какой-то вертикали заменить на их производные. Можно ли не более, чем за 2003 хода получить расстановку, при которой по краям доски написаны $ch\,x$, а в остальных клетках $sh\,x$?

(6 баллов)

6. Последовательность x_n такая, что

$$x_1=\frac{1}{2},\ x_{n+1}=\sqrt{\frac{1-\sqrt{1-x_n^2}}{2}},\ n=1,2,\dots.$$

Докажите, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n<1{,}025$.

(6 баллов)

7. Пусть A – квадратная матрица с $\det A\neq 0$ (т.е. невырожденная), в каждой строке которой стоит только одно число, отличное от 0 и равное +1 или –1.

Доказать, что при некотором натуральном m справедливо равенство: $A^m = A^T$, где A^T - транспонированная матрица A.

(8 баллов)

8. Составьте уравнение поверхности, получаемой вращением кривой $x^3 + y^3 = 3xy;\ z = 0$ вокруг прямой $x = y = z$.

(8 баллов)

9. В пространстве R^4 заданы четырехмерный куб и трехмерная гиперплоскость, не параллельная ни одному из ребер куба. Доказать, что она содержит не более 6 вершин куба.

(9 баллов)

10. Найдите $y^{(n)}(0)$, если $y(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+x}}$.

(10 баллов)

11. Даны две матрицы A и B размерами 3×2 и 2×3 соответственно, причем известно, что

$$AB = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$ Найти BA.

(10 баллов)

12. Найти $\sum_{n=1}^{\infty} arcctg\, 2u_n^2$, где

$u_1 = 1,\quad u_2 = 1,\quad u_n = 4u_{n-1} - u_{n-2}$.

(10 баллов)

Ответы и решения.

1. $\left(xy\right)''-xy=0$

$$y=C_1\frac{e^x}{x}+C_2\frac{e^{-x}}{x}$$

Первое условие равносильно $C_1=-C_2$.

Второе условие $y=C_1\left(\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}\right)$; $\dfrac{3}{\ln 16}=\dfrac{2-\frac{1}{2}}{\ln 2}C_1$

$C_1=\dfrac{1}{2}$. Ответ: $y=\dfrac{\operatorname{sh}x}{x}$.

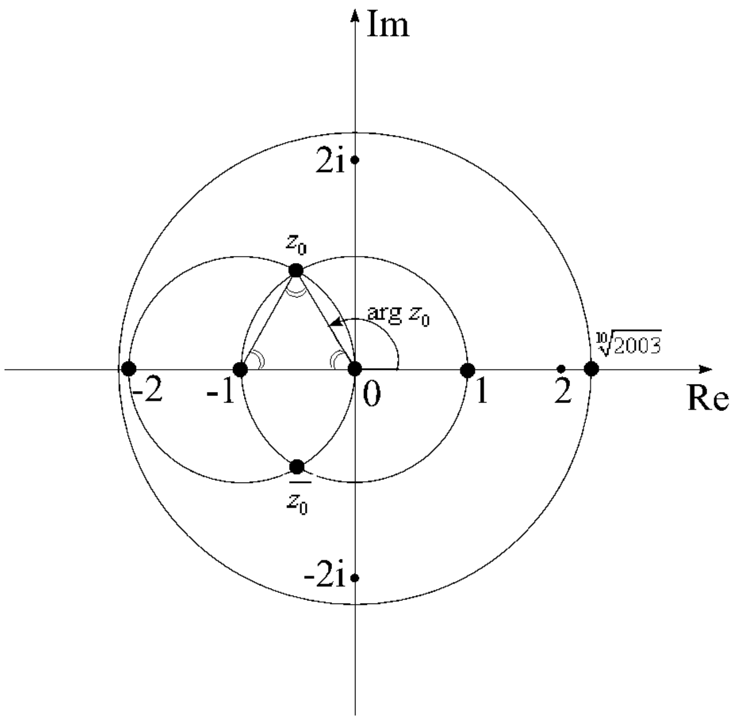
2. Рассмотрим $F(x)=\begin{vmatrix} f(a) & g(a) & h(a) \\ f(b) & g(b) & h(b) \\ f(x) & g(x) & h(x) \end{vmatrix}$.

Тогда $F(a)=F(b)=0$. Следовательно, по теореме Ролля существует точка $c\in(a,b)$ такая, что $F'(c)=0$.

3. $z^{20}-2002\cdot z^{10}-2003=0$ - квадратное уравнение относительно z^{10}.

Тогда $\left[\begin{array}{l} z^{10}=2003 \\ z^{10}=-1 \end{array}\right.$. Таким образом, корни этих уравнений лежат на

окружностях с центрами в начале координат и радиусами $\sqrt[10]{2003}>2$; 1.



Корни уравнения $\left(z+1\right)^{2003}+1=0\Leftrightarrow\left(z+1\right)^{2003}=-1$ лежат на окружности с центром в $-1\in\mathbb{C}$ и радиусом 1.

Общими корнями многочленов могут быть только z_0 и $\overline{z_0}$, отмеченные на рисунке. Треугольник $0,-1,z_0$ - равносторонний, так как все его стороны равны 1. Следовательно, $\arg z_0=180^\circ-60^\circ=120^\circ$. Но тогда $z_0^{10}\neq-1$ и z_0 не является общим корнем многочленов. Очевидно, что тогда $\overline{z_0}$ также не является общим корнем, так как все коэффициенты многочленов вещественные. Общих корней нет.

4. $P(x)=a(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n),\ a\neq 0$.

Обозначим $P_i(x)$ - многочлен степени *n - 1* такой, что $(x-x_i)P_i(x)=P(x)$.

Тогда $P_i(x_i)\neq 0$. $P'(x)=P_1(x)+P_2(x)+\ldots+P_n(x)$. Значит, $P'(x_i)=P_i(x_i)\neq 0$.

Рассмотрим $Q(x)=\frac{P_1(x)}{P_1(x_1)}+\frac{P_2(x)}{P_2(x_2)}+\ldots+\frac{P_n(x)}{P_n(x_n)}-1$. Это многочлен степени *n - 1*, он имеет *n* корней, значит, $Q(x)\equiv 0$, то есть все коэффициенты полинома нули. Коэффициент при x^{n-1}: $\frac{a}{P_1(x_1)}+\frac{a}{P_2(x_2)}+\ldots+\frac{a}{P_n(x_n)}=0$.

Следовательно,

$$\frac{1}{P'(x_1)}+\frac{1}{P'(x_2)}+\ldots+\frac{1}{P'(x_n)}=0.$$

Второе решение было предложено студентом Лоторейчиком В.Ю. (ИТМО):

Пусть $P(x)=\prod(x-x_i)$. Рассмотрим многочлен

$$P_0(x)=P'(x)\cdot\left(\frac{1}{P'(x_1)}+\ldots+\frac{1}{P'(x_n)}\right).$$

Докажем, что $P_0(x_1)=0$ или $\frac{P'(x_1)}{P'(x_2)}+\ldots+\frac{P'(x_1)}{P'(x_n)}=-1$.

Получим

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{\prod\limits_{i\neq 2}(x_1-x_i)}{\prod\limits_{\substack{i\neq k\\ k\geq 2}}(x_k-x_i)}=\frac{\cancel{(x_1-x_2)}(x_1-x_3)\ldots(x_1-x_n)}{\cancel{(x_2-x_1)}(x_2-x_3)\ldots(x_2-x_n)}+\ldots+\frac{(x_1-x_2)(x_1-x_3)\ldots\cancel{(x_1-x_n)}}{\cancel{(x_n-x_1)}(x_n-x_2)\ldots(x_n-x_{n-1})}.$$

Рассмотрим полученное выражение как многочлен $P_{n-2}(x_1)$ степени *n – 2*. Тогда $P_{n-2}(x_k)=-1$ для $x_k=x_2,\ldots,x_n$. То есть многочлен степени *n –2* принимает значение –1 в *n – 1* точке, значит $P_{n-2}(x_1)\equiv -1$. Следовательно, $P_0(x_1)=0$. Что и требовалось доказать.

5. Составим вспомогательную матрицу 8×8, в которой вместо $\mathrm{ch}\,x$ напишем 1, а вместо $\mathrm{sh}\,x$ – (-1). При каждом ходе во вспомогательной матрице одна строка или один столбец умножается на -1. При этой операции ранг матрицы не меняется. Но у исходной матрицы он равен 1, а у той, что требуется получить – 2. Значит, это невозможно.

6. Имеем: $x_1=\sin\alpha$, где $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $x_2=\sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2}}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}=\sin\frac{\alpha}{2}$;

Аналогично, $x_3=\sin\frac{\alpha}{4},\ldots,$ и, по индукции, $x_n=\sin\frac{\alpha}{2^{n-1}}$, $n=1,2,\ldots.$

Причем $x_n=\sin\frac{\alpha}{2^{n-1}}<\frac{\alpha}{2^{n-1}}$.

Тогда для $n\ge 2$ $\sum_{k=1}^{n}x_k=\frac{1}{2}+\sum_{k=2}^{n}x_k<\frac{1}{2}+\sum_{k=2}^{n}\frac{\alpha}{2^{k-1}}<\frac{1}{2}+\alpha\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{2^{k-1}}=\frac{1}{2}+\alpha=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}.$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}x_n$ сходится, и его сумма не превосходит $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}$, но

$0,5+\frac{\pi}{6}<0,5+\frac{3,15}{6}=1,025.$

7. Заметим, что матрицы, указанные в условии задачи, образуют группу по обычному умножению матриц:

1. единичным элементом группы является E – единичная матрица;
2. произведение двух таких матриц также удовлетворяет условию задачи (проверяется непосредственно);
3. ассоциативность по умножению – матрица A^{-1} - совпадает с транспонированной матрицей A^T.

Так как группа конечного порядка, то для некоторого натурального m будет выполнено: $A^m=E$, откуда $A^{m-1}\cdot A=E$ и, следовательно, $A^{m-1}=A^{-1}=A^T$, что и требовалось доказать.

8. Пусть S – искомая поверхность. Ее пересечение с плоскостью $x + y + z = a$ либо пусто, либо является сечением сферы радиуса r, однозначно определяемого по a, то есть уравнение S имеет вид $r^2 = f(a)$ или $x^2+y^2+z^2=f(x+y+z)$. При $z = 0$ $r^2=x^2+y^2$; $a=x+y$, так что уравнение кривой можно записать в виде $3(a+1)r^2=a^3+3a^2$, откуда

$f(a)=\frac{a^3+3a^2}{3a+3}.$

Ответ: $3(x+y+z+1)\left(x^2+y^2+z^2\right)=(x+y+z)^2(x+y+z+3).$

9. Доказательство проведем для общего случая. Рассмотрим k-мерный куб (k=4 для нашего случая). Введем систему координат, чтобы центр куба совпал с началом системы координат, координатные оси были параллельны ребрам куба, а длина ребра была бы равна 2. Тогда вершины куба – точки вида $(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_k)$, где $\varepsilon_j=\pm1$ $(j=1,2,\ldots k)$. Рассмотрим гиперплоскость Γ, не параллельную ни одному из ребер. Уравнение Γ: $a_1x_1+\ldots+a_kx_k=b$, при этом все $a_i\ne0$ $(i=1,\ldots k)$ (если $a_i=0$, то Γ параллельна i-ой координатной оси и, следовательно, параллельна некоторым ребрам). Надо доказать, что Γ содержит не более n_k вершин куба (где $n_4=6$). Заметим, что все $a_1,\ldots a_k$ можно считать большими нуля, т.к. множество вершин куба инвариантно относительно замен знаков координат на противоположные. Поэтому плоскости, задаваемые уравнениями $a_1x_1+\ldots+a_kx_k=b$ и $|a_1|x_1+\ldots+|a_k|x_k=b$, содержат одинаковое число вершин куба.

Если $a_1=\ldots=a_k$, то уравнение Γ имеет вид: $x_1+\ldots+x_k=\dfrac{b}{a_1}$. Γ содержит только те вершины куба, в которых ровно L координат, где $L=\dfrac{1}{2}\left(k+\dfrac{b}{a_1}\right)$, равны 1 (а остальные равны -1). Число таких вершин равно нулю, если $L\notin\mathbb{Z}$, а также если L<0 и L>k, и равно C_k^L, если $L\in\{0;1;\ldots k\}$. Нетрудно проверить, что $C_k^L\le n_k$ при всех L, поэтому в этом случае утверждение задачи выполнено.

Пусть теперь $a_i\ne a_j$ для некоторых i и j. Тогда все числа $-a_i-a_j;\ -a_i+a_j;\ a_i-a_j;\ a_i+a_j$ - различны. Зафиксируем $\varepsilon_i\in\{+1;-1\}$ для всех $L\ne i,j$. Тогда ε_i и ε_j, удовлетворяющие равенству $a_1\varepsilon_1+\ldots+a_k\varepsilon_k=b$, можно выбрать самое большее одним способом. Т.к. наборов $\{\varepsilon_L : L\ne i,j\}$ существует 2^{k-2}, то число решений уравнения $a_1\varepsilon_1+\ldots+a_k\varepsilon_k=b$, $\varepsilon_L\in\{+1;-1\}$ $(L=1,2,\ldots k)$, равное числу вершин куба на гиперплоскости Γ, не превосходит 2^{k-2}. Но $2^{k-2}\le n_k$, и, следовательно, и в этом случае утверждение задачи доказано.

10. Пусть $\sqrt{1+t}=\sum\limits_{k=0}^{2N}a_kt^k+o(t^{2N})$, тогда

$$2\sum_{n=0}^{N}a_{2n}t^{2n}+o(t^{2N})=\sqrt{1+t}+\sqrt{1-t}=\sqrt{2+2\sqrt{1-t^2}}=\sqrt{2}y(-t^2)=$$

$$=\sqrt{2}\sum_{n=0}^{N}y^{(n)}(0)\frac{(-t^2)^n}{n!}+o(t^{2N})$$

откуда, сравнивая коэффициенты многочленов Тейлора, находим, что $y^{(n)}(0)=(-1)^n\sqrt{2}\cdot n!\cdot a_{2n}$. Значения коэффициентов a_{2n} определяется из разложения Маклорена: $\sqrt{1+t}=\sum\limits_{k=0}^{\infty}a_kt^k=\sum\limits_{k=0}^{\infty}C_k^{1/2}\cdot t^k$ и приводят к формуле

$$y^{(n)}(0)=(-1)^n\sqrt{2}\cdot n!\cdot\frac{(4n-3)!!}{4^n(2n)!}.$$

Ответ: $y^{(n)}(0)=(-1)^n\sqrt{2}\cdot n!\cdot\dfrac{(4n-3)!!}{4^n(2n)!}$

11. $$A(BA)B=(AB)(AB)=\begin{pmatrix}8&2&-2\\2&5&4\\-2&4&5\end{pmatrix}^2=9\begin{pmatrix}8&2&-2\\2&5&4\\-2&4&5\end{pmatrix}=9(AB)$$

$A(BA)B=A(9E)B$, умножим слева и справа на A^T,B^T:

$$(A^TA)(BA)(BB^T)=(A^TA)(9E)(BB^T) \qquad (*)$$

$A^TA,\ BB^T$ - квадратные матрицы второго порядка.

Докажем, что они обратимы, то есть $\det A^TA\neq 0, \det BB^T\neq 0$. Пусть $\overline{u}$ и $\overline{v}$ столбцы матрицы А ($\overline{u},\overline{v}$ - трехмерные векторы), тогда $\overline{u}^T,\overline{v}^T$ - строки матрицы A^T.

$$\det A^TA=\det\begin{pmatrix}\overline{u}^T\\ \overline{v}^T\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\overline{u} & \overline{v}\end{pmatrix}=\det\begin{pmatrix}\overline{u}^T\cdot\overline{u} & \overline{u}^T\cdot\overline{v}\\ \overline{v}^T\cdot\overline{u} & \overline{v}^T\cdot\overline{v}\end{pmatrix}=\left(\overline{u}^T\cdot\overline{u}\right)\left(\overline{v}^T\overline{v}\right)-\left(\overline{v}^T\cdot\overline{u}\right)\left(\overline{u}^T\cdot\overline{v}\right)=$$

$$=\left(\overline{u}^T\cdot\overline{u}\right)\left(\overline{v}^T\overline{v}\right)-\left(\overline{u}^T\cdot\overline{v}\right)^2\geq 0$$

(неравенство Коши – Буняковского – Шварца, причем равенство нулю эквивалентно тому, что $\overline{u},\overline{v}$ - линейно зависимы) или иначе

$$\left(\overline{u}^T\cdot\overline{u}\right)\left(\overline{v}^T\overline{v}\right)-\left(\overline{u}^T\cdot\overline{v}\right)^2=|\overline{u}|^2|\overline{v}|^2-|\overline{u}|^2|\overline{v}|^2\cos^2\left(\overline{u},\overline{v}\right)=|\overline{u}|^2|\overline{v}|^2\sin^2\left(\overline{u},\overline{v}\right)=|\overline{u}\times\overline{v}|=0 \text{ -}$$

Значит, $\overline{u},\overline{v}$ линейно зависимы.

$$\text{Но } 2\geq \operatorname{Rg}A\geq\operatorname{Rg}AB=\operatorname{Rg}\begin{pmatrix}8&2&-2\\2&5&4\\-2&4&5\end{pmatrix}=\operatorname{Rg}\begin{pmatrix}0&18&18\\0&9&9\\-2&4&5\end{pmatrix}=\operatorname{Rg}\begin{pmatrix}0&0&0\\0&9&9\\-2&4&5\end{pmatrix}=2$$

$\operatorname{Rg}A=2$. Значит, $\overline{u},\overline{v}$ - линейно независимы.

$\det A^TA=|\overline{u}\times\overline{v}|\neq 0$ (частный случай теоремы Бине – Коши). Аналогично $\det BB^T\neq 0$. На обратимые матрицы можно сократить равенство (*):

$$BA=9E=9\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&9\end{pmatrix}$$

Ответ: $BA=\begin{pmatrix}9&0\\0&9\end{pmatrix}$.

12.

$$\left.\begin{array}{l}4u_{n-1}\cdot u_n=u_n^2+u_n\cdot u_{n-2}\\ 4u_n\cdot u_{n-1}=u_{n-1}\cdot u_{n+1}+u_{n-1}^2\end{array}\right\|\Rightarrow u_n^2+u_n\cdot u_{n-2}=u_{n-1}\cdot u_{n+1}+u_{n-1}^2\Rightarrow u_n^2-u_{n-1}\cdot u_{n+1}=$$

$$=u_{n-1}^2-u_n\cdot u_{n-2}=\ldots=u_2^2-u_3\cdot u_1=-2$$

так как $u_3=3$.

$$\operatorname{arcctg}2u_n^2=\operatorname{arctg}\frac{1}{2u_n^2}=\operatorname{arctg}\frac{2}{4u_n^2}=\operatorname{arctg}\frac{-(u_n^2+u_{n-1}\cdot u_{n+1})}{u_{n+1}\cdot u_n+u_{n-1}\cdot u_n}=\operatorname{arctg}\frac{\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-\dfrac{u_n}{u_{n-1}}}{\dfrac{u_n}{u_{n-1}}\cdot\dfrac{u_{n+1}}{u_n}+1}$$

Пусть $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{u_{n+1}}{u_n},\ \alpha\in I$ четверти, $\operatorname{tg}\beta=\dfrac{u_n}{u_{n-1}},\ \beta\in I$ четверти.

Тогда $\dfrac{\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-\dfrac{u_n}{u_{n-1}}}{\dfrac{u_n}{u_{n-1}}\cdot\dfrac{u_{n+1}}{u_n}+1}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta+1}=\operatorname{tg}(\alpha-\beta),\ -\dfrac{\pi}{2}\le\alpha-\beta\le\dfrac{\pi}{2}.$

Отсюда $\operatorname{arctg}\dfrac{\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-\dfrac{u_n}{u_{n-1}}}{\dfrac{u_n}{u_{n-1}}\cdot\dfrac{u_{n+1}}{u_n}+1}=\alpha-\beta=\operatorname{arctg}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-\operatorname{arctg}\dfrac{u_n}{u_{n-1}}$.

$$\sum_{k=1}^{n}\operatorname{arctg}\frac{1}{2u_n^2}=\operatorname{arctg}\frac{u_{n+1}}{u_n}-\operatorname{arctg}\frac{u_2}{u_1}.$$

Последовательность $x_n=\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ удовлетворяет уравнению $x_n+\dfrac{1}{x_{n-1}}=4$ и все ее члены положительны. Следовательно, x_n ограничена сверху и монотонно возрастает. Ее предел есть корень уравнения $t+\dfrac{1}{t}=4$. Или $t^2-4t+1=0$. $t=2\pm\sqrt{3}$. Т.к. $x_1=1,\ x_2=3$ и далее она возрастает, то ее предел равен $2+\sqrt{3}$.

Отсюда $\sum_{1}^{\infty}\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2u_n^2}=\operatorname{arctg}\left(2+\sqrt{3}\right)-\dfrac{\pi}{4}$. А если знать, что

$\operatorname{arctg}\left(2+\sqrt{3}\right)=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{12}$, то ответ: $\dfrac{\pi}{6}$.

Результаты олимпиады 2003 года.

В олимпиаде приняли участие команды следующих вузов:

- Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики (технический университет) – ИТМО (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПГПУ (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный университет, экономический факультет– СПГУ(эк),
- Военно-космическая академия им. А.Ф.Можайского – ВКА (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения – СПГУКиТ,
- Военный инженерно-технический университет – ВИТУ (2 команды),
- Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) – СПГТИ(ТУ),
- Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций – СПГУВК,
- Военно-морской институт радиоэлектроники им. А.С.Попова - ВМИРЭ,
- Филиал Военно-космической академии им. А.Ф.Можайского - фил. ВИКУ,
- Северо-западный заочный государственный технический университет – СЗГТУ,
- Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет) – СПГГИ (2 команды),
- Военно-морской инженерный институт – ВМИИ,
- Государственная морская академия им. адм. С.О.Макарова – ГМА,
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича – СПГУТ.

Командное первенство

Если от вуза участвовало две команды, то результат второй указан через дробную черту.

<u>I группа</u>

вуз	Кол-во баллов	Место в группе
ИТМО	83 / 73	1
СПГПУ	69 / 45,5	2

<u>II группа</u>

вуз	Кол-во баллов	место в группе
ВКА	34 / 33,5	1 - 2
СПГТИ (ТУ)	34 / 31	1 - 2
СПГУ (эк)	31	3
СПГУВК	24	4
ВИТУ	21,5 / 9	5
СПГУТ	10	6
ВМИРЭ	9	7
СПГУКиТ	3	8

III группа

вуз	Кол-во баллов	место в группе
Фил. ВКА	34	1
ВМИИ	14,5	2
СПГГИ	8 / 7,5	3
ГМА	2,5	4
СЗГТУ	1,5	5

Личное первенство

I группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Лоторейчик В.Ю.	ИТМО	27	1	1 ст.
Лебедев Д.С.	СПГПУ	26	2	1 ст.
Оршанский С.А.	ИТМО	23	3	2 ст.
Станкевич А.С.	ИТМО	21	4	2 ст.
Пименов С.Ю.	ИТМО	19	5	2 ст.
Шумилин А.В.	СПГПУ	16,5	6	2 ст.
Медвинский М.Д.	ИТМО	16	7	2 ст.
Муханов А.Т.	СПГПУ	13	8 - 10	3 ст.
Ярцев Б.М.	ИТМО	13	8 - 10	3 ст.
Алексеев П.С.	СПГПУ	13	8 - 10	3 ст.
Зарубин А.А.	ИТМО	12,5	11	3 ст.

II группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Болтовский Д.В.	ВКА	25	1	1 ст.
Спорягин К.В.	СПГТИ(ТУ)	16	2 - 3	2 ст.
Юдаева М.С.	СПГУ(эк)	16	2 - 3	2 ст.
Климченко Д.Ю.	ВКА	12	4 - 5	3 ст.
Рыбушкина Е.М.	СПГТИ(ТУ)	12	4 - 5	3 ст.
Шура И.М.	СПГТИ(ТУ)	9	6	3 ст.

III группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Смирнов М.С.	Фил. ВКА	10	1	1 ст.
Усманов М.А.	ВМИИ	8	2	2 ст.
Ларченко С.П.	Фил. ВКА	7	3 - 4	2 ст.
Расторгуев А.С.	Фил. ВКА	7	3 - 4	2 ст.
Янов С.В.	Фил. ВКА	6	5	3 ст.

Результаты участников, вошедших в командный зачет.

I группа

СПбГИТМО(ТУ)

Оршанский С.А.	23
Станкевич А.С.	21
Медвинский М.Д.	16
Зарубин А.А.	12,5
Канжелев С.Ю.	10,5

СПГПУ

Лебедев Д.С.	26
Алексеев П.С.	13
Муханов А.Т.	13
Жидков Е.И.	10
Прокатор И.С.	7

II группа

ВКА

Болтовский Д.В.	25
Решетников А.С.	5
Скрипников А.Н.	3
Артемьев А.С.	1

СПГТИ(ТУ)

Спорягин К.В.	16
Крупнов Д.А.	7
Пепоева А.С.	7
Нешин К.Г.	3
Хайдарова А.Г.	1

СПГУ (эк)

Юдаева М.С.	16
Федоренко А.С.	7
Петтай П.П.	5
Сердюк В.Н.	2
Кочетов А.И.	1

СПГУВК

Бадюк М.А.	6
Гельвер Ф.А.	6
Николаев А.В.	6
Хан И.А.	6

ВИТУ

Александров П.А.	7
Набоко Г.Б.	6,5
Габдулхаков М.З.	4,5
Ширяев П.П.	2,5
Иванов Ю.Г.	1

СПГУТ

Салихова Д.Р.	3,5
Хахилев А.Л.	3
Одаренко Т.В.	3
Бородкин Ф.И.	0,5

ВМИРЭ

Шабанов А.В.	7
Мокрозуб С.О.	1,5
Блынский А.А.	0,5

СПГУКиТ

Красотин А.М.	1
Кухмай Ю.В.	1
Стрельцов А.В.	1

III группа

Фил. ВКА

Смирнов М.С.	10
Ларченко С.П.	7
Расторгуев А.С.	7
Янов С.В.	6
Шудра И.Д.	4

ВМИИ

Усманов М.А.	8
Черенков Ден.А.	2,5
Гладких А.Е.	2
Сафронов Н.Ю.	1,5
Черенков Дм.А.	0,5

СПГГИ *)

Дау Ань Тхань	2
Зацепин М.А.	2
Ионова М.Ю.	2
Ходаковский Е.С.	1
Смирнов Ю.Д.	1
Корельский Д.С.	1

ГМА

Стукалов О.И.	1,5
Прохоров Д.В.	1

СЗГТУ

Игнатьева Л.Н.	1
Ершов К.В.	0,5

*) В зачет команды вошли пять участников.

Количество участников, решивших задачи (определено по формуле: полная сумма набранных всеми участниками баллов за задачу, деленная на стоимость задачи).

№ задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Кол-во решивших	9.75	8.25	24	5.5	13.8	15.7	8.6	2	2.2	2.3	12.5	0.6

Приложение.
О математических олимпиадах студентов.

Студенческие математические олимпиады появились три десятилетия назад. Схема их проведения в СССР была аналогична олимпиадам школьников. Сначала проводился институтский тур, затем - городской, а после этого - республиканский (Москва и Ленинград приравнивались к республикам). Завершающим этапом была Всесоюзная олимпиада. В Ленинграде городскую олимпиаду до 1981 года проводил Ленинградский государственный университет, в 1982-91 гг. – Ленинградский политехнический институт, в 1992-99 гг. – Военный инженерно-космический университет имени А.Ф.Можайского, с 2000 г. – Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики (технический университет).

Победители олимпиады награждаются дипломами, а с 2000 года им вручаются и призы. В основном это хорошие математические книги. Но бывают и другие призы. Так, победитель олимпиады 2000 года в личном зачете студент ИТМО А.Курасов получил в качестве награды компьютер.

Результаты олимпиады 2002 года.

Командное первенство

1 группа

вуз	Кол-во баллов	Место в группе
ИТМО	176/ 118	1
СПГТУ	99/ 73	2

2 группа

вуз	Кол-во баллов	место в группе
СПГУ(эк)	139	1
ВИКУ	81/ 39	2
СПГУКиТ	75	3
ВИТУ	64/ 31	4
СПГТИ(ТУ)	43	5

СПГУАП	42	6
СПГУВК	27	7
ВМИРЭ	24	8
СПГАСУ	12	9

3 группа

вуз	Кол-во баллов	место в группе
Фил.ВИКУ	64	1
СЗГТУ	33	2
СПГГИ	26/ 0	3
СПГУПС	10/ 1	4
ВМИИ	9	5
ГМА	6	6

Личное первенство

1 группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Курасов А.Е.	ИТМО	47	1	1 ст.
Исиченко Ю.Н..	ИТМО	36	2	2 ст.
Канжелев С.Ю.	ИТМО-2	35	3	2 ст.
Оршанский С.А.	ИТМО	34	4	3 ст.
Станкевич А.С.	ИТМО	33	5	3 ст.
Жидков Е.И.	СПГТУ	31	6	3 ст.

2 группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Плеханов А.А.	СПГУ(эк)	33	1	1 ст.
Юдаева М.С.	СПГУ(эк)	32	2	1 ст.
Зотова А.А.	СПГУ(эк)	28	3	2 ст.
Федоренко А.С.	СПГУ(эк)	28	4	2 ст.
Попов П.А.	ВИКУ	27	5	2 ст.
Габдулхаков М.З.	ВИТУ	22	6	3 ст.
Платонов И.В.	ВИКУ	20	7	3 ст.

3 группа

Участник	вуз	кол-во баллов	место в группе	диплом
Ларченко С.П.	ФилВИКУ	14	1-2	1 ст.
Шемис А.Л.	ФилВИКУ	14	1-2	1 ст.
Смирнов М.С..	ФилВИКУ	13	3-5	2 ст.
Барковский Н.	СЗГТУ	13	3-5	2 ст.
Ионова М.Ю.	СПГГИ(ТУ)	13	3-5	2 ст.
Шудра И.Д.	ФилВИКУ	12	6	3 ст.
Янов С.В.	ФилВИКУ	11	7	3 ст.