

# **Control Systems и задача стабилизации**

# Control system

Контроллер выполняет вычисление моментов силы (и других параметров) для движения по построенной траектории.

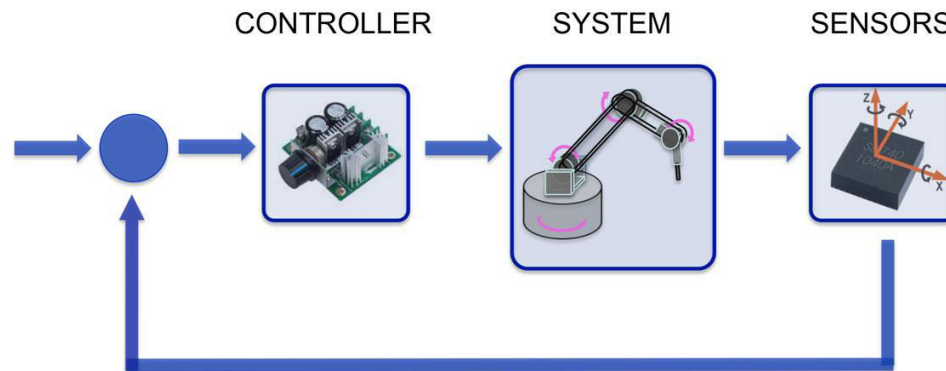
**Feedback control system** выполняет корректировку сигнала, используя данные:

-тахометр (измерение частоты вращения)

-гироскоп

-акселерометр

...



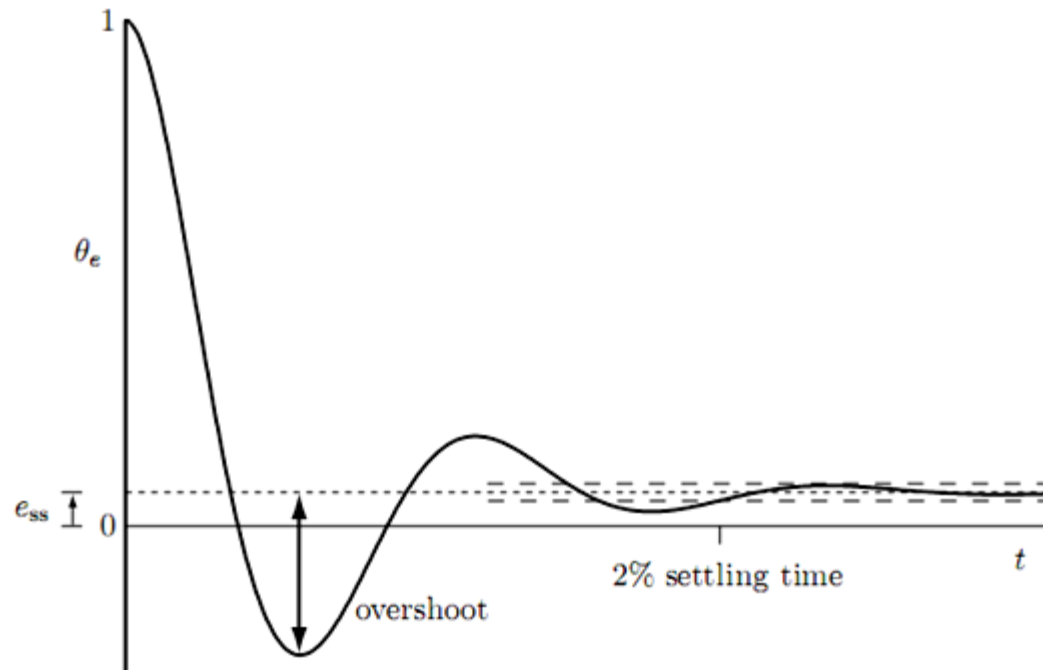
# Velocity-control model

Требуемое положение в момент времени  $t$ :  $\theta_d(t)$

Текущее положение задается функцией:  $\theta(t)$

Необходимо минимизировать ошибку:

$$\theta_e(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$$



# Feedforward Control

Требуемое положение в момент времени  $t$ :  $\theta_d(t)$ .

**Open loop** control condition:

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_d(t)$$

# Feedback Control

## P Control condition:

$$\dot{\theta}(t) = K_p(\theta_d(t) - \theta(t)) = K_p\theta_e(t)$$

$$K_p > 0$$

This controller is called a proportional controller, or P controller. It creates a corrective control proportional to the position error.

# Setpoint control

Если,  $\theta_d(t) = const$ ,  $\dot{\theta}_d(t) = 0$

P Control condition:

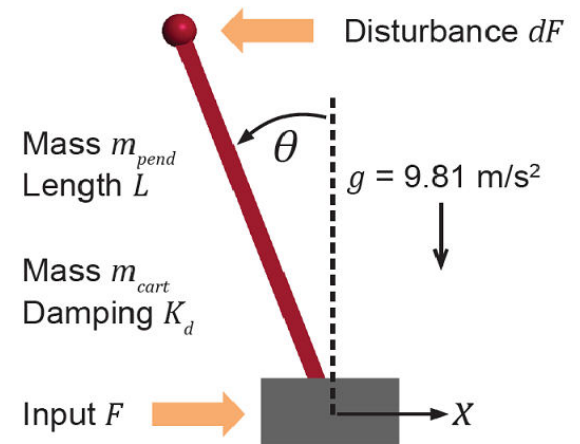
$$\dot{\theta}(t) = K_p(\theta_d(t) - \theta(t)) = K_p\theta_e(t)$$

Ошибка задается уравнением:

$$\dot{\theta}_e(t) + K_p\theta_e(t) = 0$$

Имеет решение:

$$\theta_e(t) = \theta_e(0) e^{-K_p t}$$



# P Control

Случай движения с постоянной скоростью:  $\dot{\theta}_d(t) = c$

P Control condition:

$$\dot{\theta}(t) = K_p(\theta_d(t) - \theta(t)) = K_p\theta_e(t)$$

Ошибка задается уравнением:

$$\dot{\theta}_e(t) + K_p\theta_e(t) = c$$

Имеет решение:

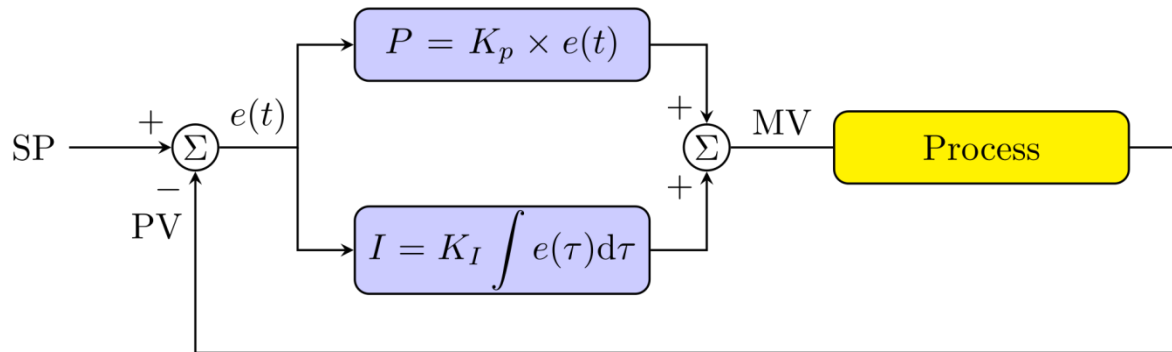
$$\theta_e(t) = \frac{c}{K_p} + \left( \theta_e(0) - \frac{c}{K_p} \right) e^{-K_p t}$$

Всегда есть запаздывание.

# PI Control

## PI Control condition:

$$\dot{\theta}(t) = K_p \theta_e(t) + K_i \int_0^t \theta_e(t) dt$$





# PI Control

Случай движения с постоянной скоростью:  $\dot{\theta}_d(t) = c$

PI Control condition:

$$\dot{\theta}(t) = K_p \theta_e(t) + K_i \int_0^t \theta_e(t) dt$$

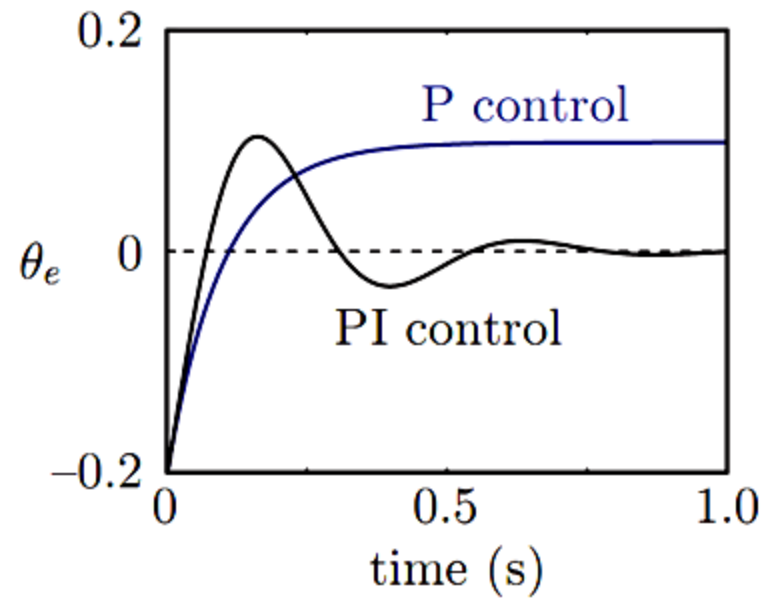
Ошибка задается уравнением:

$$\dot{\theta}_e(t) + K_p \theta_e(t) + K_i \int_0^t \theta_e(t) dt = c$$

$$\ddot{\theta}_e(t) + K_p \dot{\theta}_e(t) + K_i \theta_e(t) = 0$$

# P and PI Control

При  $\dot{\theta}_d(t) = c$



# Feedforward-Feedback Controller

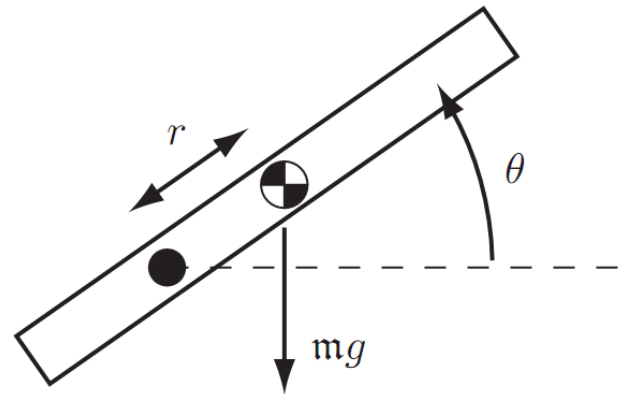
Feedforward Plus Feedback control condition:

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_d(t) + K_p \theta_e(t) + K_i \int_0^t \theta_e(t) dt$$

# Motion Control with Torque or Force Inputs

Закон движения:

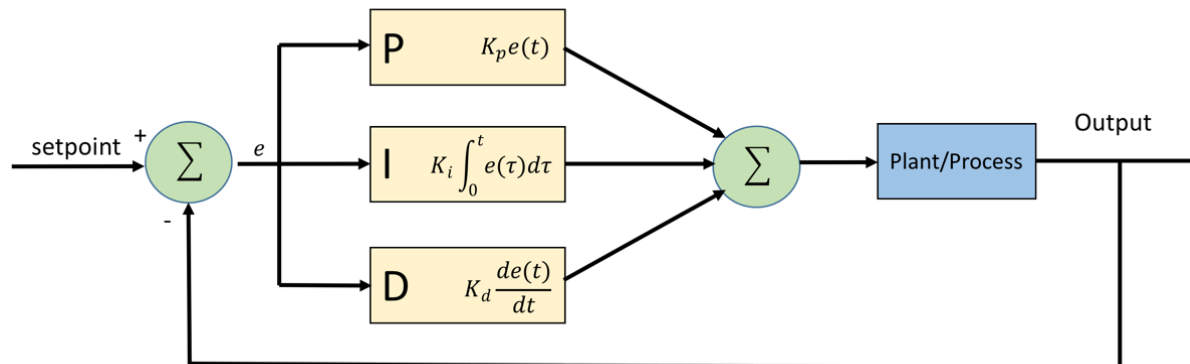
$$\tau = M\ddot{\theta} + mgr \cos \theta + b\dot{\theta}$$



# PID Control

## PID control condition:

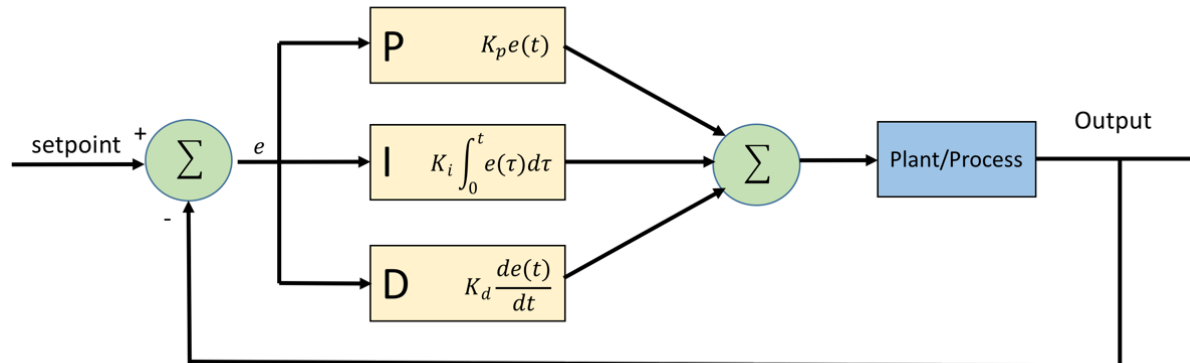
$$\tau = K_p \theta_e + K_i \int \theta_e(t) dt + K_d \dot{\theta}_e$$



# PID Control

Дискретная формула:

$$U(n) = K_p E(n) + K_p K_{ip} T \sum_{k=0}^n E(k) + \frac{K_p K_{dp}}{T} (E(n) - E(n - 1))$$



# Balancing robot

Уравнение для угла отклонения:

$$A_1 C_L + A_2 C_R = -(B_1 \ddot{\theta}_P + B_2 \theta_P + B_3)$$

где  $A_1 = \left(1 + \frac{M_{RR}RL}{J_{RR}}\right)$

$$A_2 = \left(1 + \frac{M_{RL}RL}{J_{RL}}\right)$$

$$B_1 = J_{P\theta}$$

$$B_2 = (V_{TR} + V_{TL} - (M_{RR} + M_{RL}))gL$$

$$B_3 = \mu_s L \left( V_{TR} \left(1 + \frac{R^2 M_{RL}}{J_{RL}}\right) + V_{TL} \left(1 + \frac{R^2 M_{RR}}{J_{RR}}\right) \right)$$

