Нейроуправление с самонастройкой

Artificial neural network

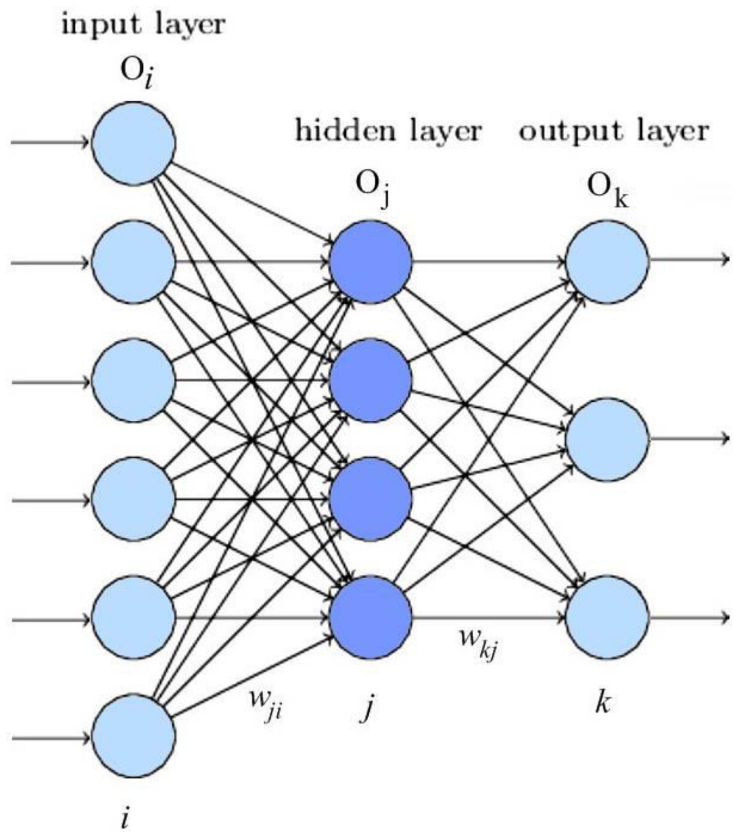
Значения в узлах:

$$O_k = f(S_k)$$

где

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

$$S_k = \sum_i w_{kj} O_j$$



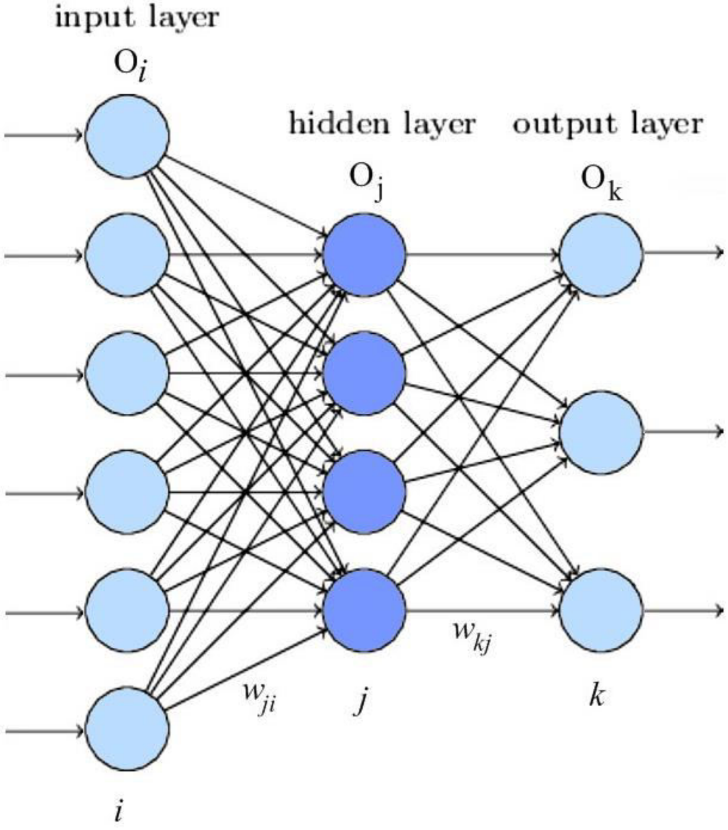
Artificial neural network

Функция ошибки:

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_k (\tau_{pk} - O_{pk})^2$$

τ_{pk} – желаемвый выход k-й копоненты

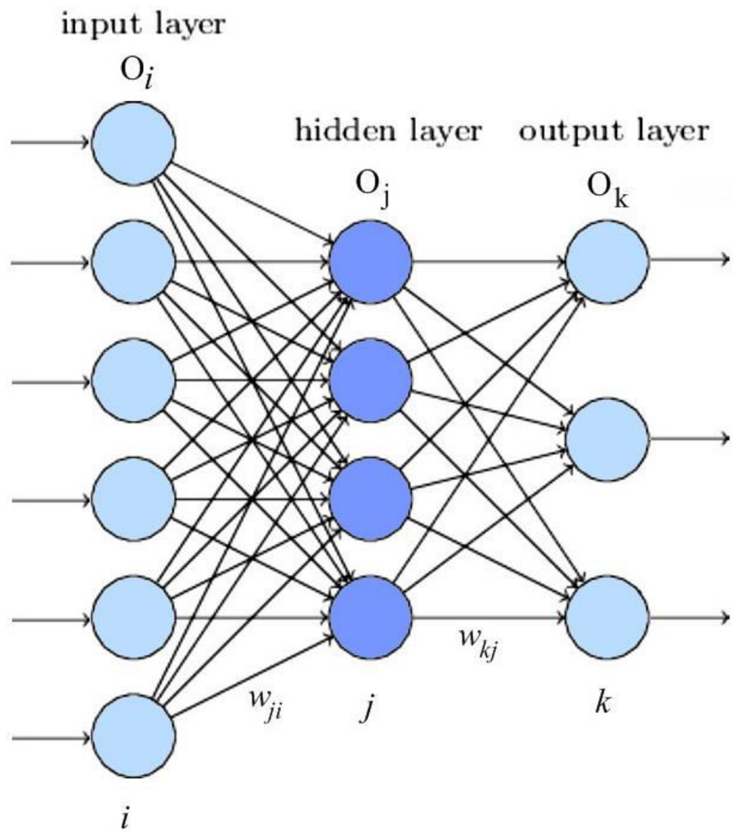
O_{pk} – фактический выход k-й копоненты



Обучение сети

Градиентный спуск:

$$\Delta w_{kj} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}}, \ \ \eta > 0$$



Обучение сети

Градиентный спуск:

$$\Delta w_{kj} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}}, \ \eta > 0$$

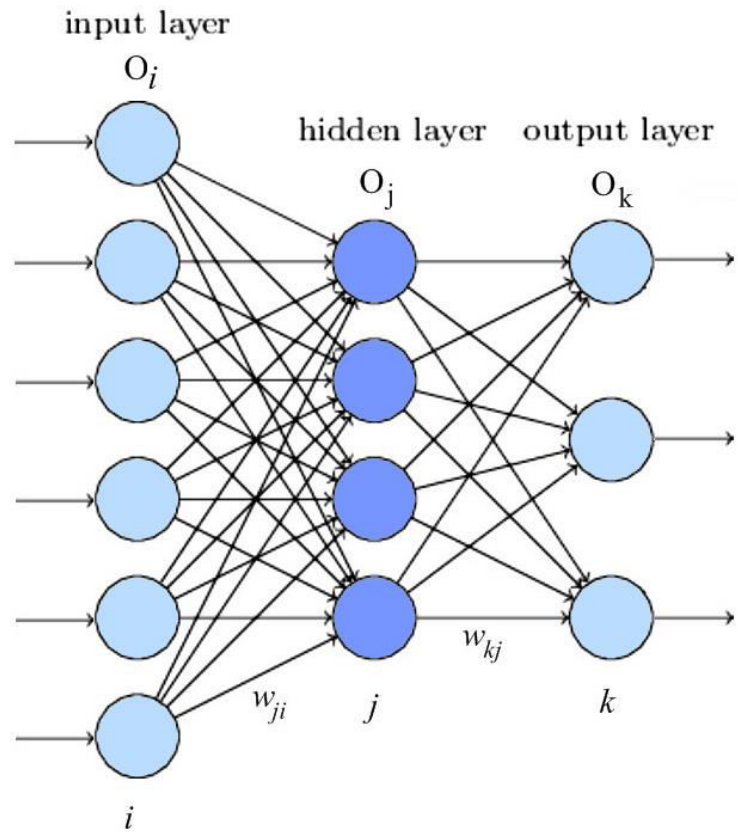
Правило выходного слоя:

$$\Delta w_{kj} = -\eta \delta_k O_j$$
$$\delta_k = O_j (1 - O_k)(\tau_k - O_k)$$
(1)

τ_k – желаемвый выход k-й копоненты

Правило скрытого слоя:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \delta_j O_i$$
$$\delta_j = O_j (1 - O_j) \sum_k \delta_k w_{kj}$$
(2)



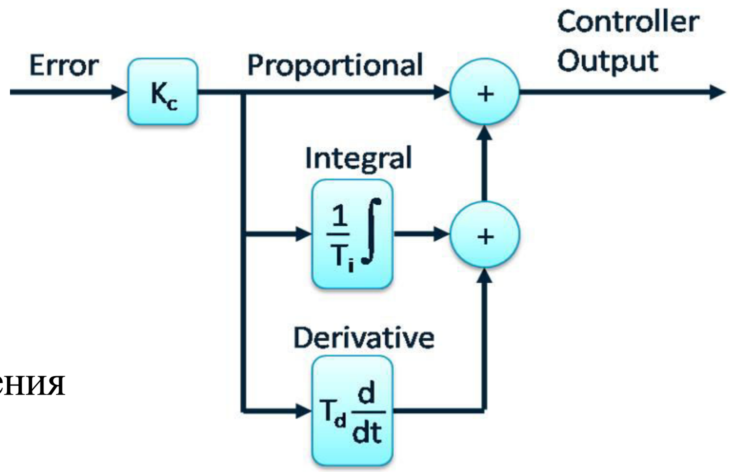
PID Control

PID control condition:

$$u(t) = k_c(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)dt + T_d\frac{de(t)}{dt})$$

$u(t)$ – управляющий сигнал

$e(t)$ – отклонение от требуемого положения



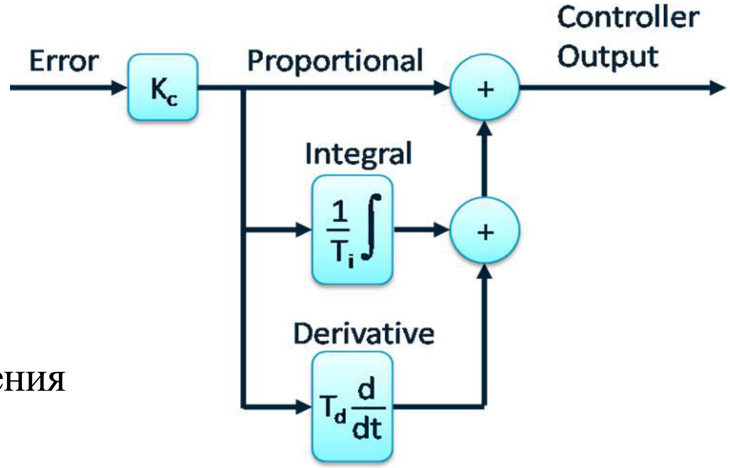
PID Control

В дискретной форме:

$$u(t) = u(t-1) + K_p(e(t) - e(t-1)) +$$
$$+K_I e(t) + K_D(e(t) - 2e(t-1) + e(t-2))$$

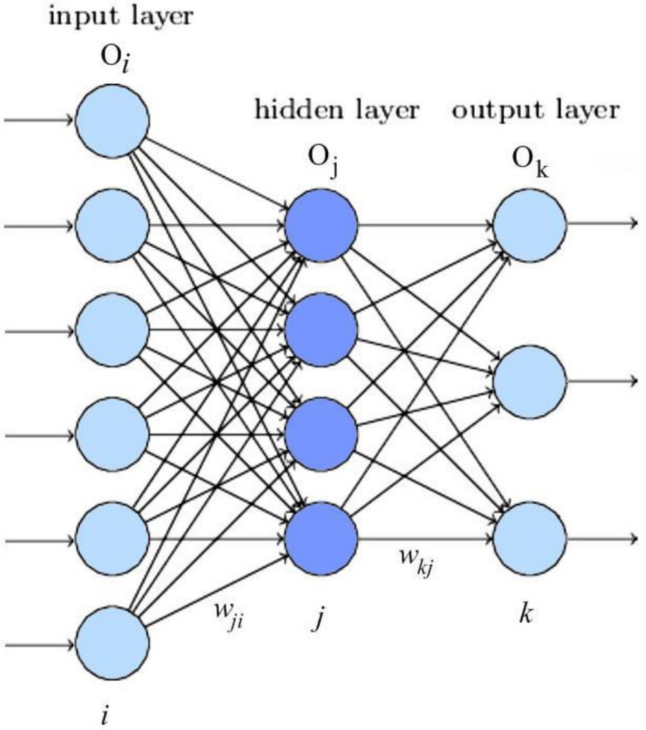
$u(t)$ – управляющий сигнал

$e(t)$ – отклонение от требуемого положения



Нейронное управление

Выходными сигналами выходного слоя будут коэффициенты $\mathbf{K_p}$, $\mathbf{K_i}$, $\mathbf{K_D}$
Обозначим их через O(1), O(2), O(3).



Функция ошибки:

$$E = \frac{1}{2} e^2 (t+1)$$

При известной ошибке

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

$r(t)$ – требуемая величина

$y(t)$ – текущая величина

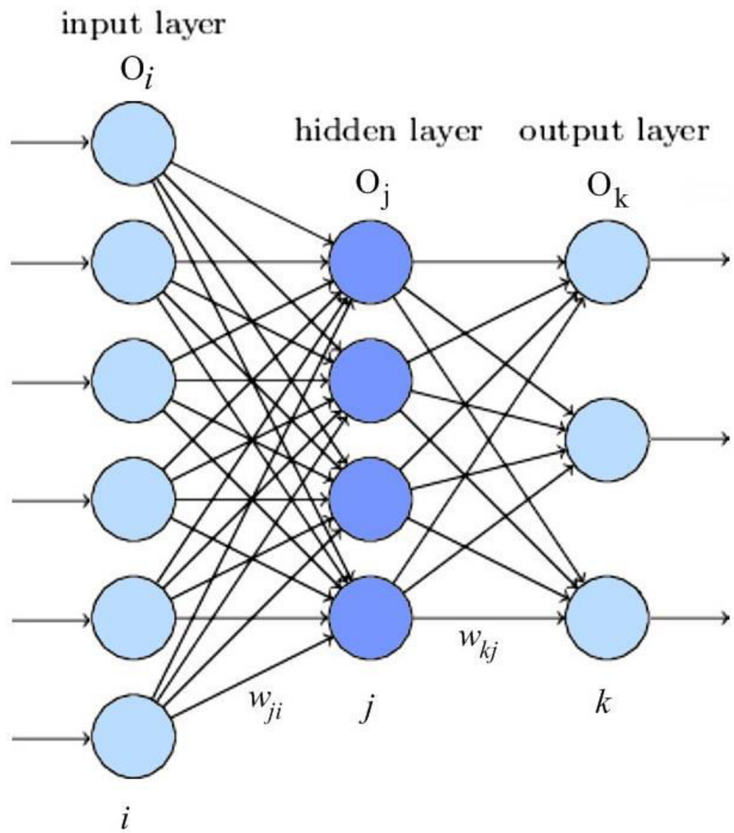
Обучение сети

Для выходного слоя:

$$\Delta w_{kj}(t+1) = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} + \alpha \Delta w_{kj}(t)$$

Для скрытого слоя:

$$\Delta w_{ji}(t+1) = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ji}} + \alpha \Delta w_{ji}(t)$$



Обучение сети

Изменение веса:

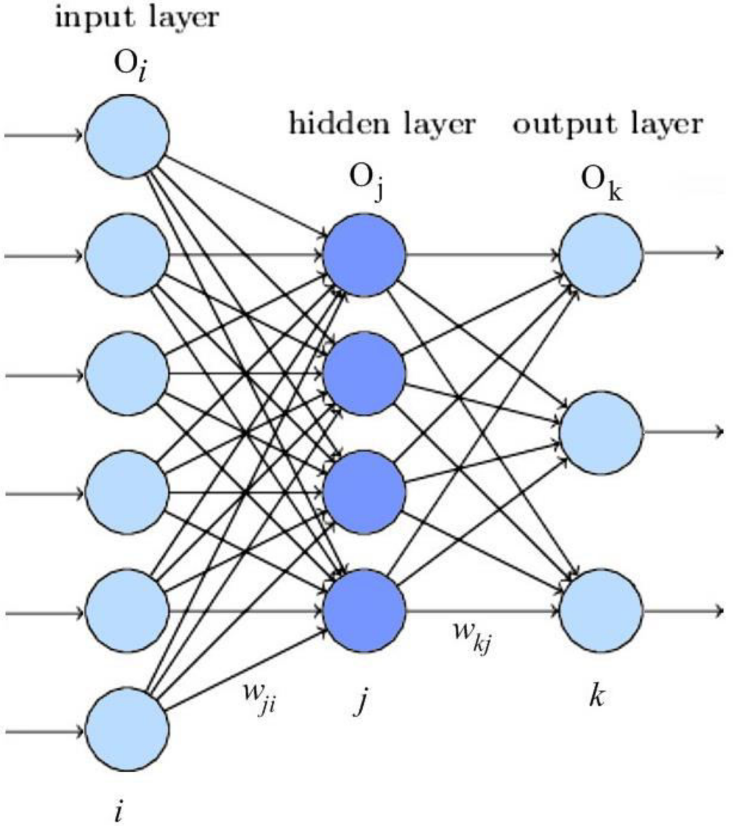
$$\Delta w_{kj} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}}, \ \eta > 0$$

Тогда:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial S_k}\frac{\partial S_k}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial S_k}\frac{\partial(\sum_i w_{kj} O_j)}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial S_k} O_j$$

Введем величину:

$$\delta_k = -\frac{\partial E}{\partial S_k}$$



$$S_k = \sum_i w_{kj} O_j$$

Для выходного слоя

$$\delta_k = -\frac{\partial E}{\partial S_k} = -\frac{\partial E}{\partial y(t+1)} \frac{\partial y(t+1)}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial O(k)} \frac{\partial O(k)}{\partial S_k}$$

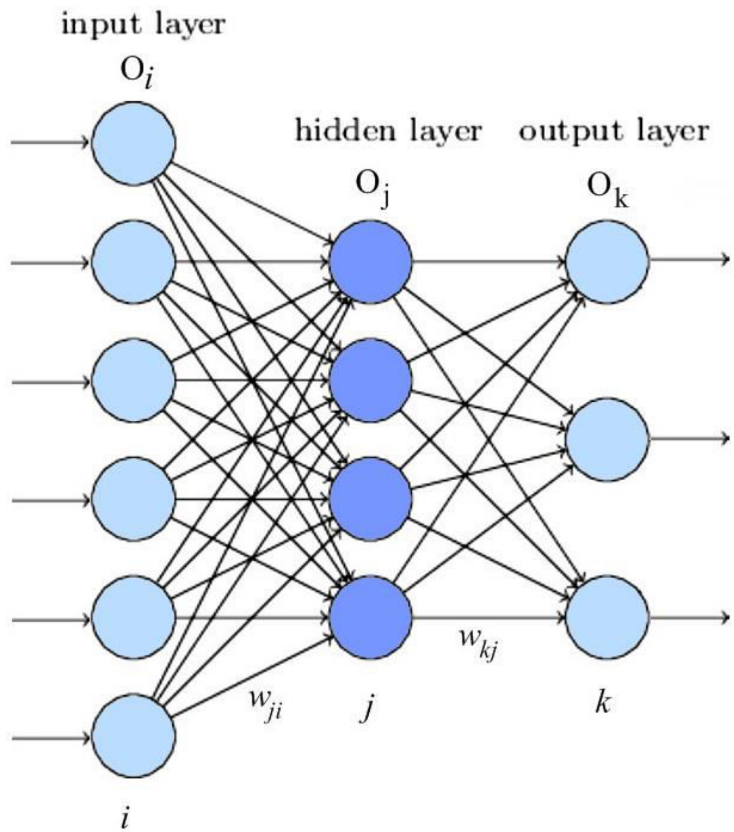
Для производных в правой части имеем:

$$\frac{\partial E}{\partial y(t+1)} = \frac{\partial E}{\partial e(t+1)} \frac{\partial e(t+1)}{\partial y(t+1)} = -e(t+1)$$

$$\frac{\partial y(t+1)}{\partial u(t)} - \text{якобиан системы}$$

$$\frac{\partial u(t)}{\partial O(k)} = \begin{cases} e(t) - e(t-1), \ k=1 \\ e(t), \ k=2 \\ e(t) - 2e(t-1) + e(t-2), \ k=3 \end{cases}$$

$$\frac{\partial O(k)}{\partial S_k} = f'(S_k) = O(k)(1 - O(k))$$



$$S_k = \sum_i w_{kj} O_j$$

Эмуляция системы

$$\frac{\partial y(t+1)}{\partial u(t)} - \textit{якобиан системы}$$

Пример.

$$y(t+1) = 0.9\,y(t) + 0.32u(t)$$

В некоторых случаях достаточно знать знак якобинана.

Для выходного слоя

Правило модификации веса выходного слоя:

$$\Delta w_{kj}(t+1) = -\eta \delta_k O_j + \alpha \Delta w_{kj}(t)$$

где

$$\delta_k = e(t+1)\frac{\partial y(t+1)}{\partial u(t)} O(k)(1-O(k))\frac{\partial u(t)}{\partial O(k)}$$

Для скрытого слоя

Правило модификации веса скрытого слоя:

$$\Delta w_{ji}(t+1) = -\eta \delta_j O_i + \alpha \Delta w_{ji}(t)$$

где

$$\delta_j = \sum_k \delta_k w_{kj} O_j(k)(1 - O_j(k))$$