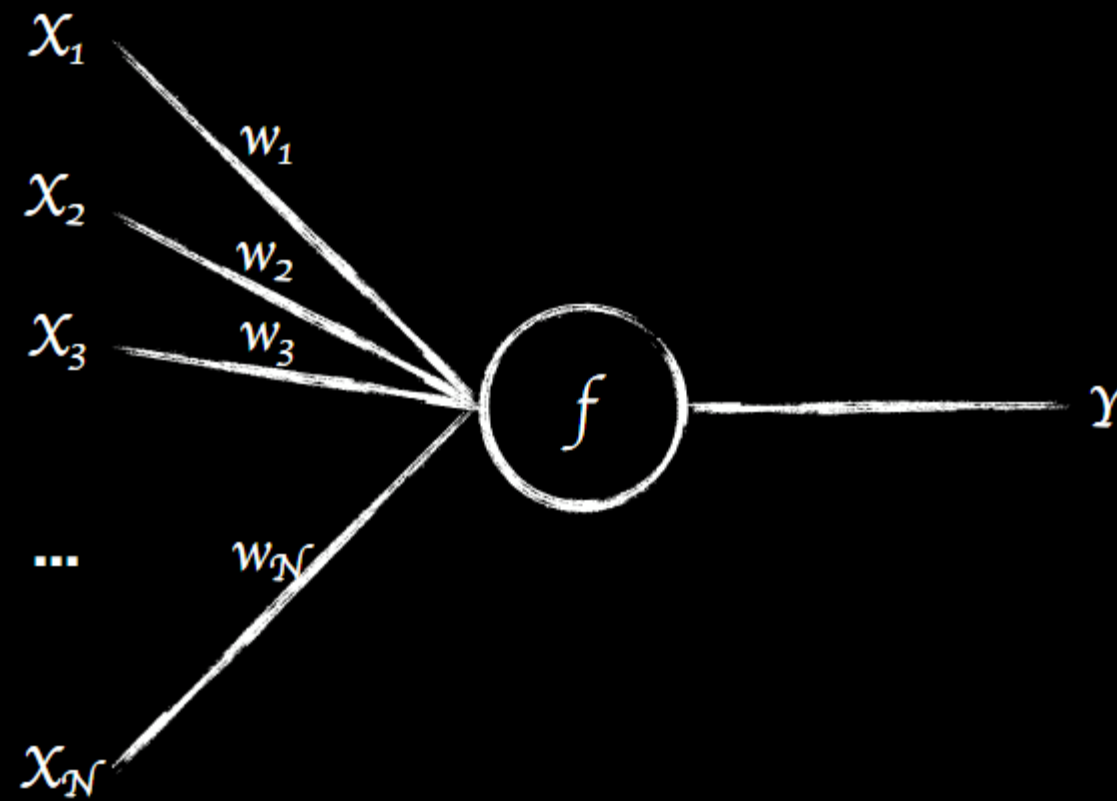


# Нейронные сети и задача нейроуправления

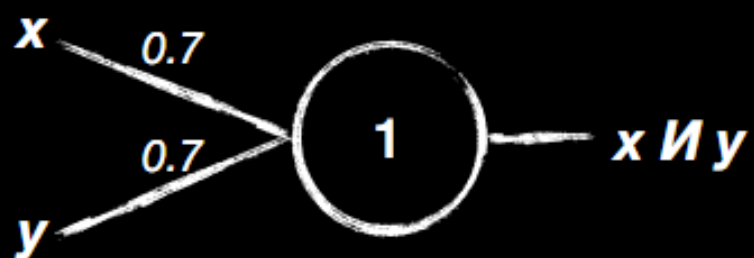
Морозов В.П.

# Перцептрон

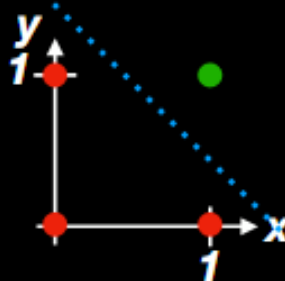


$$f(x_1, x_2, \dots, x_N) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^N w_i x_i > w_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

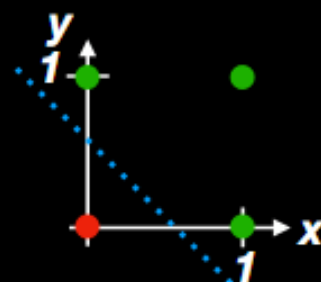
# Перцептрон



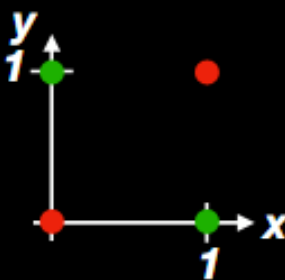
$$x \text{ И } y = 0.7x + 0.7y > 1$$



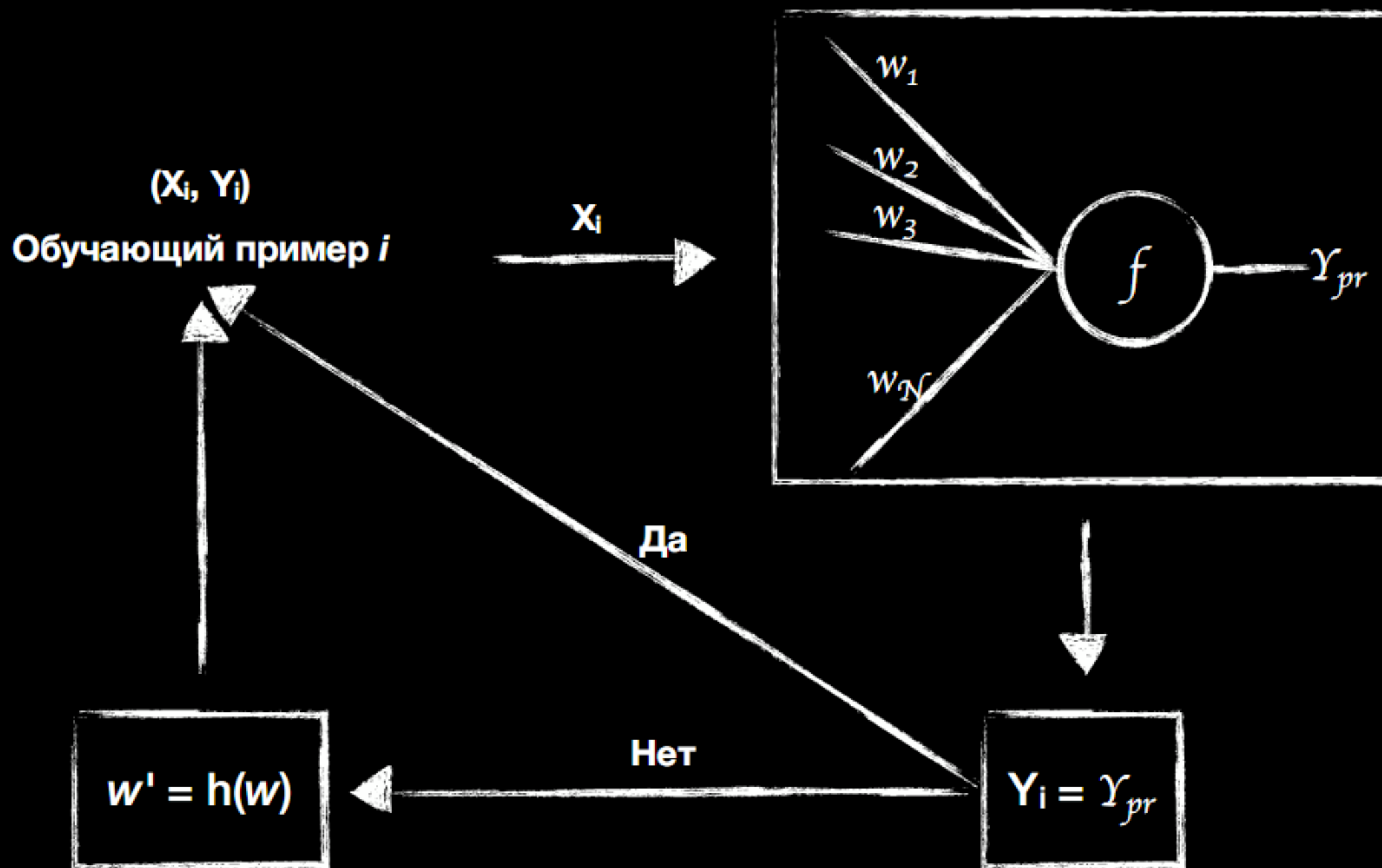
$$x \text{ ИЛИ } y = 0.7x + 0.7y > 0.5$$



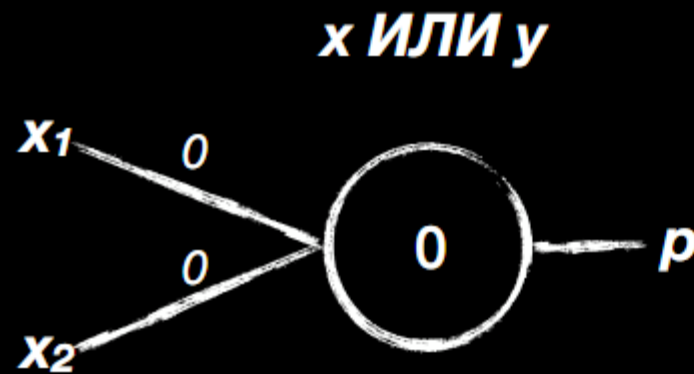
$$x \text{ XOR } y = ?x + ?y > ?$$



# Перцептрон



# Обучение перцептрона



Обучающая выборка

$x_1$	$x_2$	$y$
0	1	1
0	0	0
1	0	1

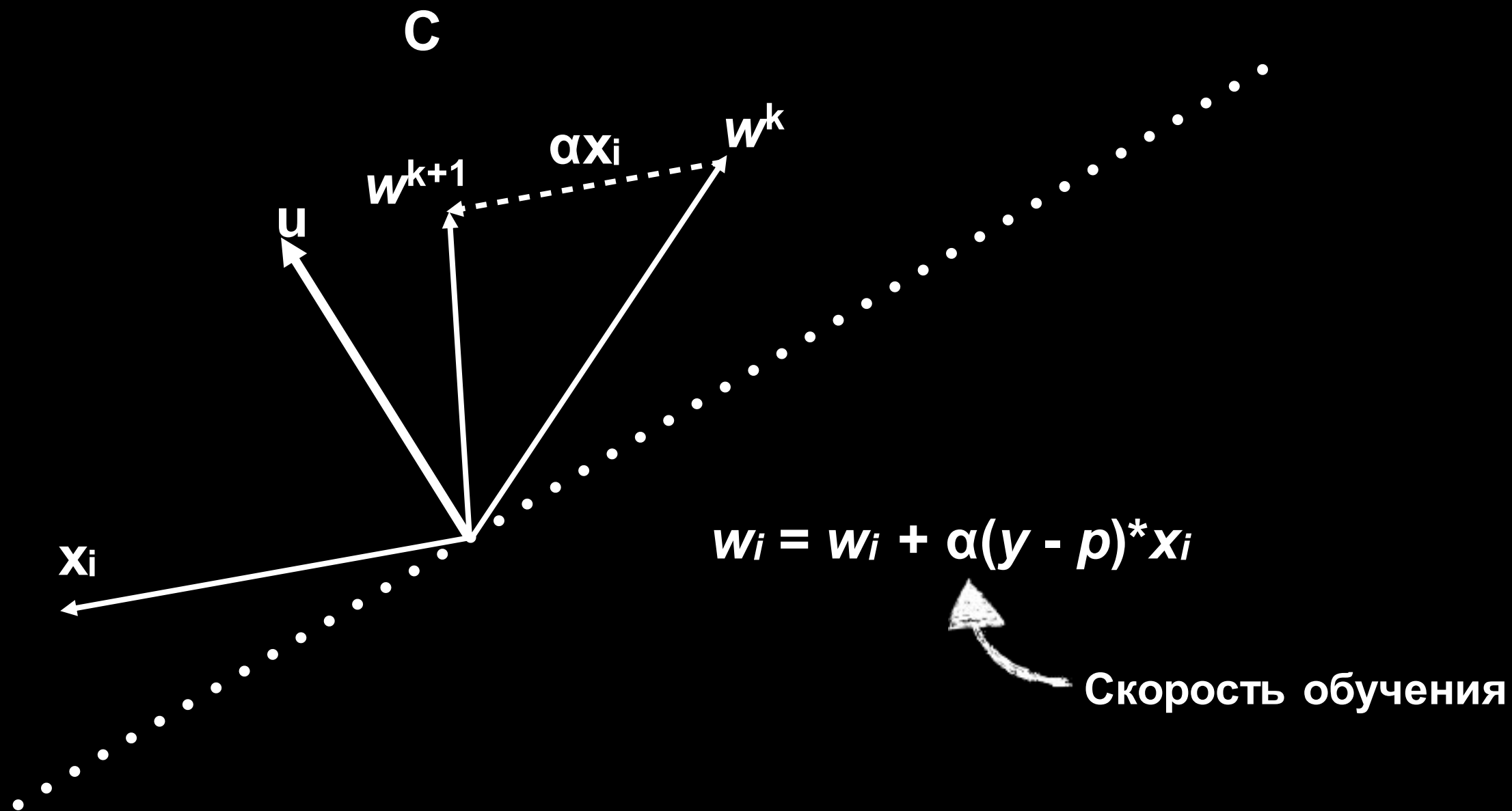
$$w_i = w_i + \alpha(y - p) * x_i$$

Скорость обучения

$\alpha = 0.1$

- $p = 0 * 0 + 0 * 1 = 0$   
 $w_1 = 0 + 0.1 * (1 - 0) * 0 = 0$   
 $w_2 = 0 + 0.1 * (1 - 0) * 1 = 0.1$
- $p = 0 * 0 + 0.1 * 0 = 0$   
 $w_1 = 0 + 0.1 * (0 - 0) * 0 = 0$   
 $w_2 = 0.1 + 0.1 * (0 - 0) * 0 = 0.1$
- $p = 0 * 1 + 0.1 * 0 = 0$   
 $w_1 = 0 + 0.1 * (1 - 0) * 1 = 0.1$   
 $w_2 = 0.1 + 0.1 * (1 - 0) * 0 = 0.1$

# Линейно разделимые данные



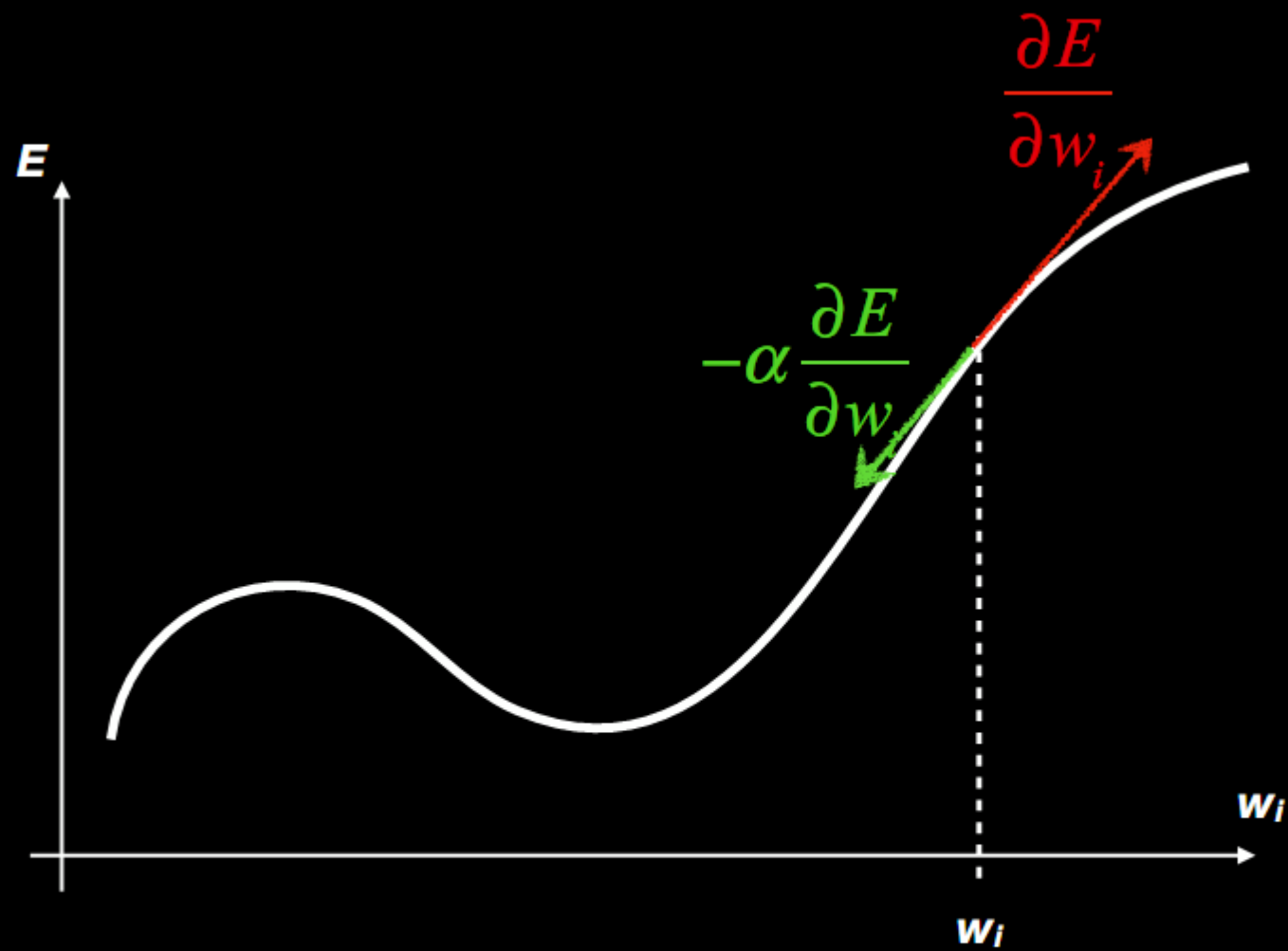
$$C = C_1 U (-C_2)$$
$$\forall x \in C (u, x) > 0$$

# Функция ошибки

$$E(w_0, w_1, \dots, w_N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (y_i - f(x_1, x_2, \dots, x_N))^2$$

$$\begin{aligned} w_i &= w_i - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_i} = \\ &= w_i - \alpha \left( \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \frac{\partial}{\partial w_i} (y_i - \sum_{k=0}^N w_k x_k^j) \right) = \\ &= w_i - \alpha \sum_{j=1}^M (y_i - \sum_{k=0}^N w_k x_k^j) (-x_i^j) = \\ &= w_i + \alpha \sum_{j=1}^M (y_i - \sum_{k=0}^N w_k x_k^j) x_i^j = \\ &= w_i + \alpha \sum_{j=1}^M (y_i - f(X^j)) x_i^j \end{aligned}$$

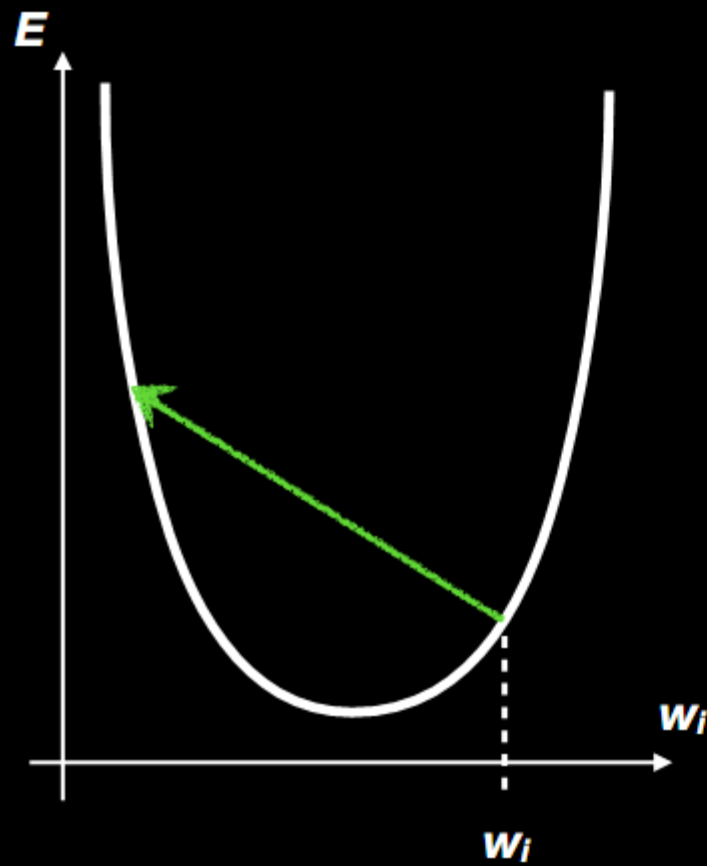
# Функция ошибки



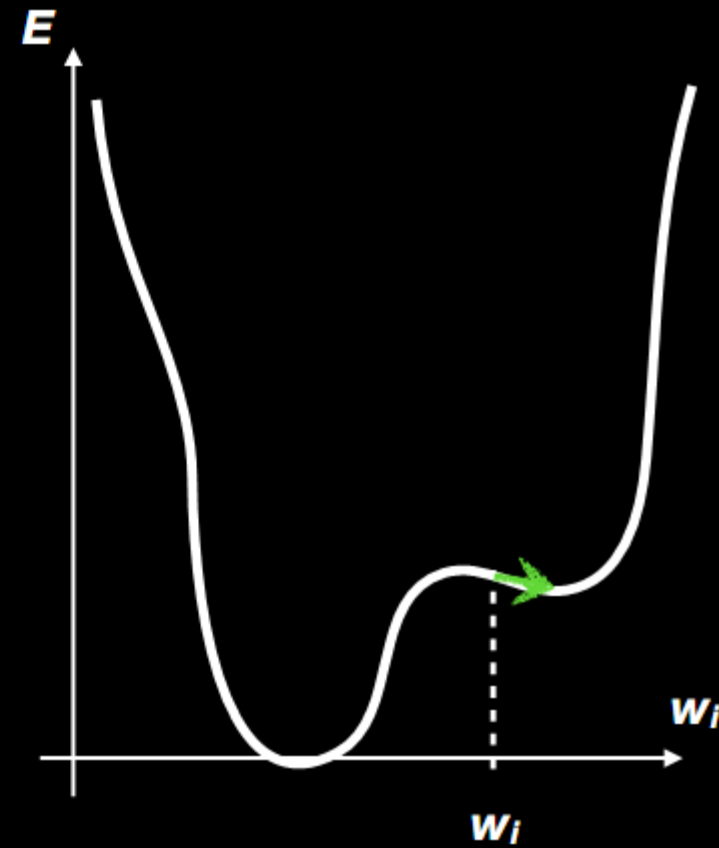
$$w_i = w_i - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_i}$$



# Поиск минимума



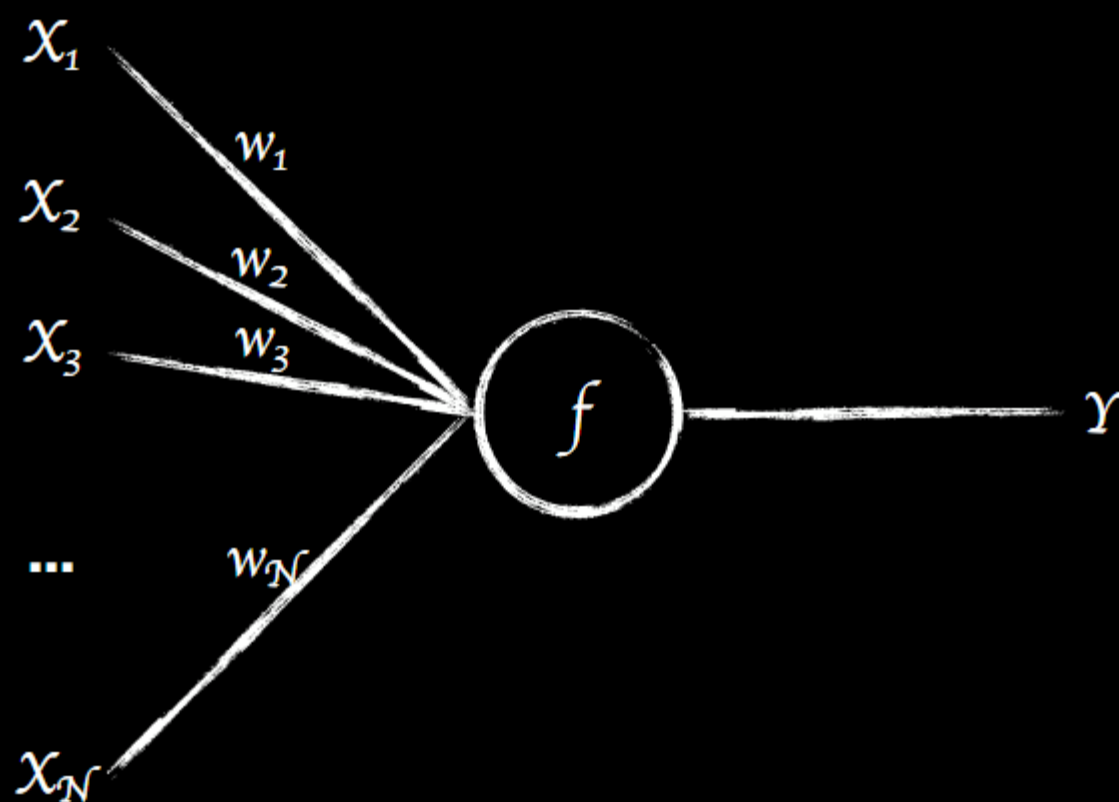
Большое  $\alpha$  – удаление от минимума



Попадание в локальные минимумы

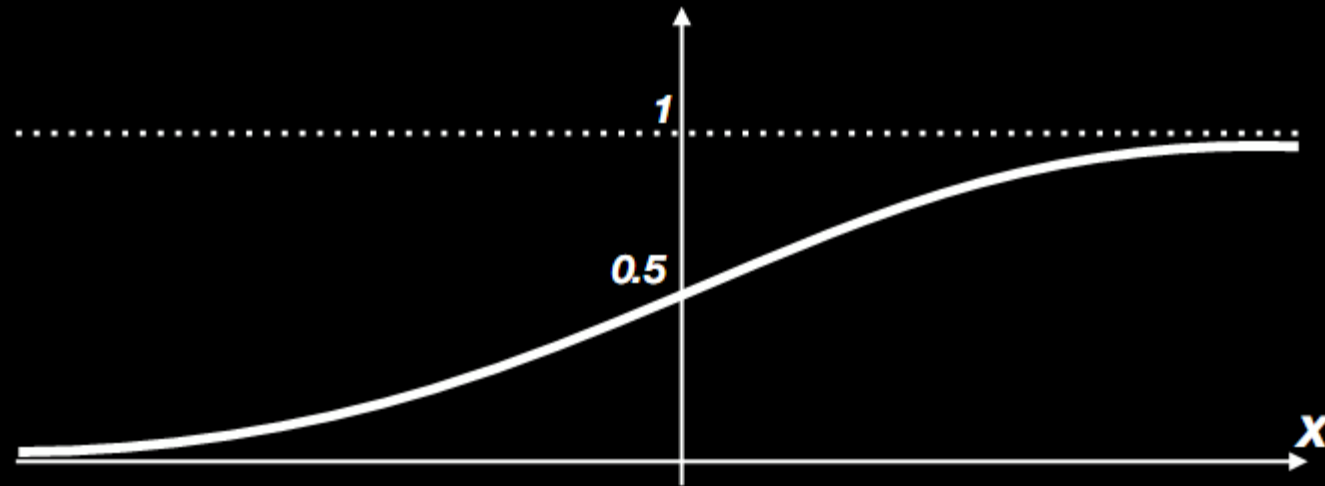
$$w_i = w_i - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

# Сигмоида



$$f(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{1 + e^{-\sum_{i=1}^N w_i x_i}}$$

# Сигмоида



$$\text{sig}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$\frac{d}{dx} \text{sig}(x) = \text{sig}(x)(1 - \text{sig}(x))$$

$$w_i = w_i - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

$$w_i = w_i + \alpha \text{sig}(X_i)(1 - \text{sig}(X_i))(y_i - \text{sig}(X_i))$$

# Алгоритм обратного распространения ошибки.

## Обозначим:

1..N – узлы нейросети (включая входные и выходные)

$w_{ij}$  – вес на ребре между узлами  $i$  и  $j$

$o_i$  – выход узла  $i$

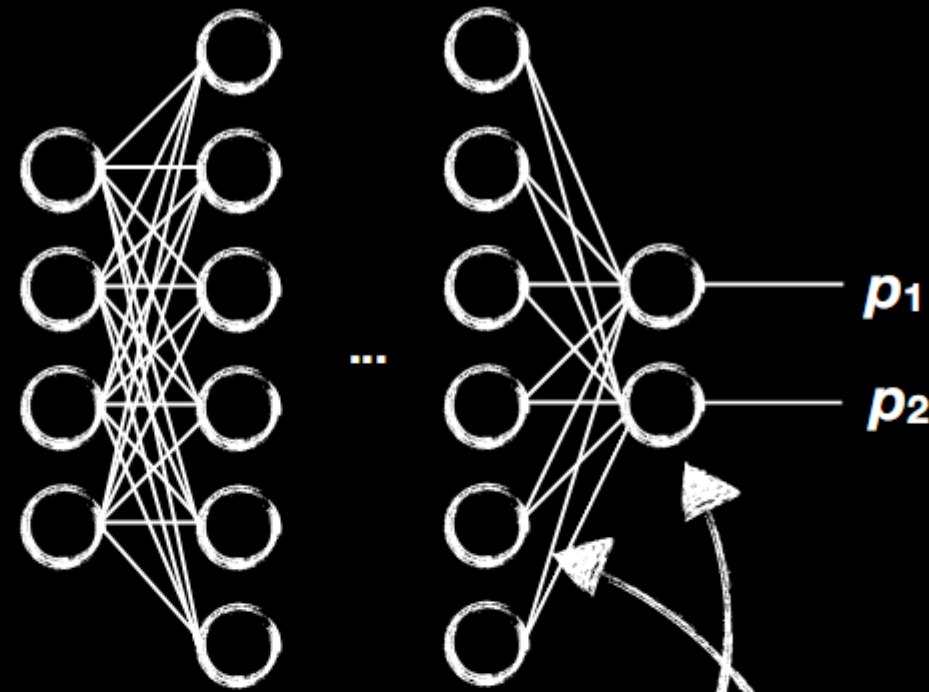
## Изменения весов:

Для выходных узлов:  $\delta_j = -o_j(1-o_j)(y_j - o_j)$

Для внутренних узлов:  $\delta_j = -o_j(1-o_j) \sum_{k \in \text{Outputs}(j)} \delta_k w_{jk}$

$$w_{ij} = w_{ij} + \alpha \delta_j x_{ij}$$

# Алгоритм обратного распространения ошибки.



## Изменения весов:

Для выходных узлов:  
(как для перцептрона)

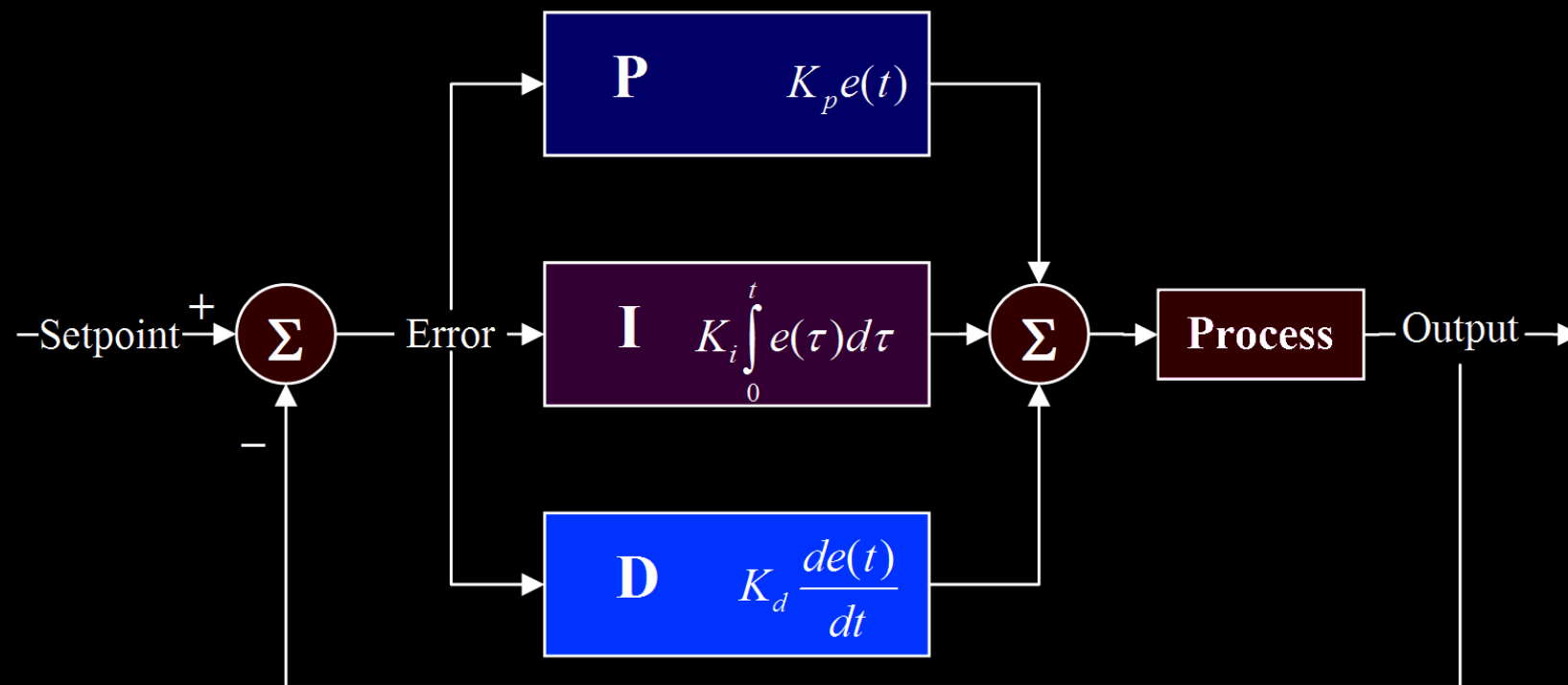
$$\delta_j = -o_j(1-o_j)(y_j - o_j)$$

Для внутренних узлов:  
(считаем слой выходным)

$$\delta_j = -o_j(1-o_j) \sum_{k \in \text{incident}(j)} \delta_k w_{jk}$$

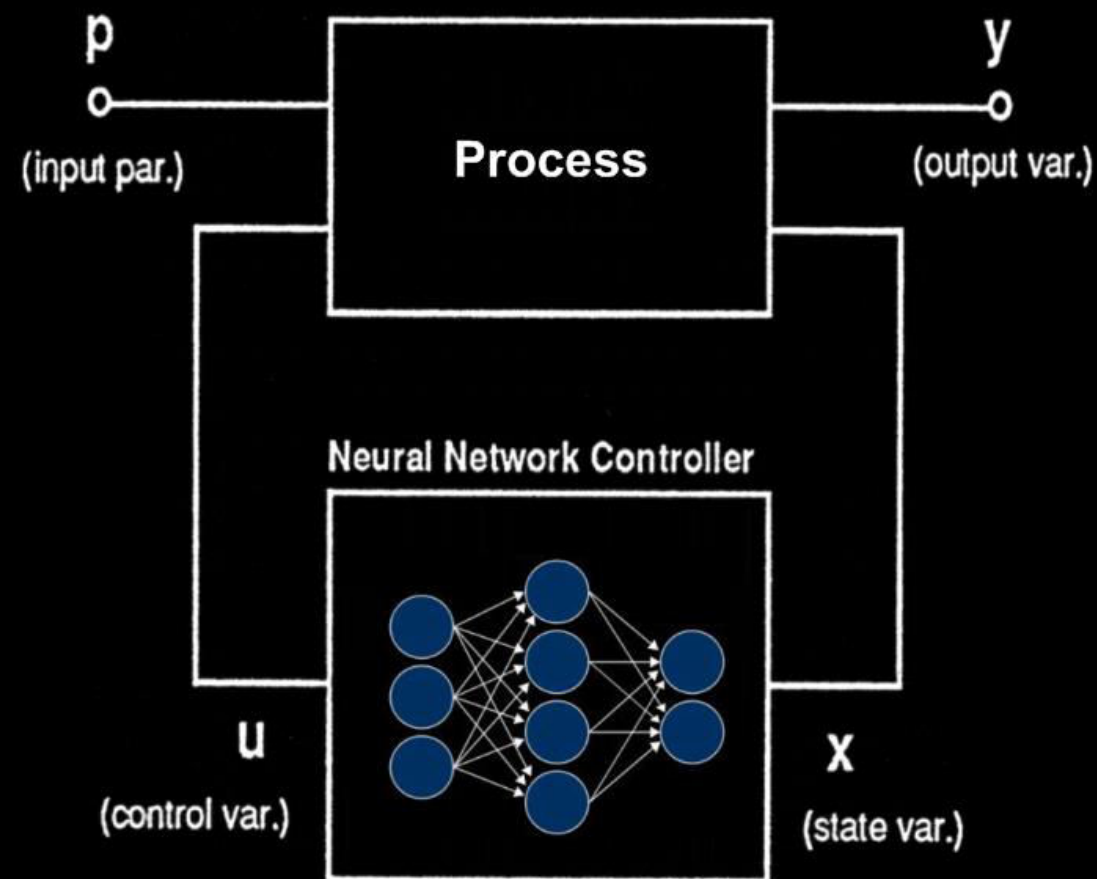
$$w_{ij} = w_{ij} + \alpha \delta_j x_{ij}$$

# Рід-контроллер



# Подражающее нейроуправление

Подражающее нейроуправление охватывает системы нейроуправления, в которых нейроконтроллер обучается на примерах динамики обычного контроллера.



Спасибо за внимание!