

ЭКЗАМЕН

Экзамен проводится в устной или письменной форме.

В билет включается по одному вопросу из первой и второй части перечня вопросов для данного семестра, а также одна задача из списка задач к экзамену.

Ответ должен содержать определения понятий, входящих в вопрос, утверждения теорем, интерпретацию понятий (геометрический или физический смысл), изложение методов, указание границ их применимости.

Для получения оценки «хорошо» или «отлично» необходимо представить доказательства утверждений и теоретическое обоснование методов, привести примеры применения понятий и теорем к решению задач.

Помимо этого, обучающемуся предлагается кратко ответить на два дополнительных вопроса по темам семестра (дать определение понятия, сформулировать теорему, провести классификацию, проиллюстрировать понятие). Вопросы выбираются из перечня вопросов к экзамену и формулируются преподавателем во время устной беседы или включаются в билет при проведении письменного экзамена.

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1 семестр

1 часть

1. Векторы. Свойства векторов.
2. Линейная зависимость системы векторов. Базис.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Проекция.
4. Векторное и смешанное произведения векторов. Свойства.
5. Определители 2-го и 3-го порядка. Разложение определителя по элементам строки.
6. Свойства определителей.
7. Определители 2-го и 3-го порядка. Теорема Крамера.
8. Системы координат. Преобразования сдвига и поворота.
9. Плоскость и ее уравнения.
10. Прямая в пространстве и ее уравнения.
11. Прямая на плоскости: уравнения через две точки, каноническое, параметрическое.
12. Прямая на плоскости: уравнения каноническое, общее, в отрезках.
13. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей и прямых в пространстве.
14. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
15. Эллипс. Определение, вывод уравнения, характеристики.
16. Гипербола. Определение, вывод уравнения, характеристики.
17. Парабола. Определение, вывод уравнения, характеристики.

2 часть

18. Вещественная ось. Бесконечность. Окрестность точки.
19. Точка сгущения. Определения предела функции. Односторонние пределы.
20. Определение предела функции. Предел и бесконечность.
21. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
22. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых.
23. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Свойства бесконечно больших.
24. Теоремы о пределах.
25. Сравнение пределов, теорема о двух милиционерах.
26. Первый замечательный предел.
27. Второй замечательный предел. Число e .
28. Сравнение бесконечно малых. Теоремы об эквивалентных функциях.
29. Определения непрерывной функции и ее свойства.
30. Определения непрерывной функции. Свойства функции, непрерывной на отрезке (теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши).

31. Определение и классификация разрывов.
32. Определение производной функции. Дифференцируемая функция. Дифференциал 1-го порядка.
33. Правила дифференцирования: производная и дифференциал суммы и произведения функций.
34. Правила дифференцирования: производная и дифференциал суммы и отношения функций.
35. Правила дифференцирования: производная сложной функций, инвариантность дифференциала.
36. Производные элементарных функций: константа, степенная функция.
37. Производные элементарных функций: показательная, логарифмическая функции.
38. Производные элементарных функций: синус и косинус.
39. Производные элементарных функций: тангенс и арктангенс.
40. Производные высших порядков. Дифференциал 2-го порядка.
41. Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Ферма.
42. Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Ролля.
43. Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Лагранжа.
44. Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Коши.
45. Теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталя.
46. Исследование функции: Монотонность. Экстремумы. Необходимое и достаточное условия экстремума.
47. Исследование функции: Выпуклость функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия перегиба.

2 семестр

1 часть

1. Определение и свойства неопределенного интеграла.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных функций (общая схема). Разложение дроби на простейшие.
4. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших дробей 1,2,3 типа.
5. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
6. Интегрирование тригонометрических функций вида $R(\sin mx, \cos nx)$, $R(\sin mx, \cos nx)$
7. Интегрирование некоторых иррациональных функций, метод тригонометрической подстановки.
8. Определенный интеграл. Определение, свойства линейности и аддитивности. Оценка определенного интеграла.
9. Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о среднем.
10. Вычисление определенного интеграла. Теорема Барроу.
11. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
13. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей в декартовых и полярных координатах.
14. Приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги кривой (вывод формулы).
15. Приложения определенного интеграла: вычисление объемов тел с известными площадями сечений и тел вращения.
16. Несобственные интегралы 1-го рода (на неограниченном промежутке). Определение и свойства.
17. Вычисление несобственного интеграла 1-го рода: формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям, замена переменной.
18. Несобственные интегралы 2-го рода (от неограниченной функции). Определение, вычисление и свойства.
19. Признаки сходимости несобственных интегралов: первый признак сравнения.
20. Признаки сходимости несобственных интегралов: второй (предельный) признак сравнения.
21. Признаки сходимости несобственных интегралов: теорема об абсолютной сходимости.
22. Сходимость интегралов 1-го и 2-го рода от степенных функций.

2 часть

23. Определение функции двух переменных. Предел и непрерывность функции.
25. Определение функции двух переменных. Частные производные.
26. Определение функции двух переменных. Полный дифференциал.
27. Производная сложной функции. Полная производная.
28. Частные производные второго порядка. Восстановление функции по полному дифференциалу.
29. Приложения: экстремумы функции двух переменных.
30. Приложения: касательная плоскость и нормаль к поверхности.
31. Приложения: градиент, производная по направлению.
32. Двойной интеграл. Определение и свойства.
33. Вычисление двойного интеграла. Повторный интеграл.
34. Определение и вычисление тройного интеграла.
35. Приложения двойного и тройного интегралов: вычисление площадей, объёмов.
36. Цилиндрические и сферические координаты.
37. Криволинейный интеграл 1-го рода. Определение, вычисление, геометрический и физический смысл.
38. Криволинейный интеграл 2-го рода. Определение, вычисление и физический смысл. Формула связи.
39. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
40. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Вычисление, геометрический и физический смысл.
41. Формула Остроградского-Гаусса в координатной форме.
42. Формула Стокса в координатной форме.
43. Скалярное и векторные поля. Дифференциальные характеристики (дивергенция и вихрь).
44. Скалярное и векторные поля. Интегральные характеристики векторного поля (поток и циркуляция).
45. Потенциальное и вихревое векторные поля. Свойства. Потенциал поля.

3 семестр

1 часть

1. Матрицы: определения, действия с матрицами.
2. Обратная матрица. Существование и единственность обратной матрицы.
3. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.
4. Системы линейных уравнений: определения, матричный вид. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Системы линейных уравнений: однородные и неоднородные системы. Фундаментальная система решений.
6. Собственные числа и векторы матрицы.
7. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ДУ): задача о радиоактивном распаде, определение ДУ, решения ДУ и их геометрический смысл. Задача Коши.
8. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ДУ): задача о падении тела, определение ДУ, решения ДУ и их геометрический смысл. Задача Коши.
9. Линейное дифференциальное уравнение 1-го порядка. Решение методом вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа).
10. Линейные однородные уравнения (ЛОУ): определения, решение ЛОУ₂ с постоянными коэффициентами для случая различных вещественных корней характеристического уравнения.
11. Линейные однородные уравнения (ЛОУ): определения, решение ЛОУ₂ с постоянными коэффициентами для случая вещественных кратных корней характеристического уравнения.
12. Линейные однородные уравнения (ЛОУ): определения, решение ЛОУ₂ с постоянными коэффициентами для случая комплексных корней характеристического уравнения.
13. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений ЛОУ₂, определитель Вронского.

14. Свойства определителя Вронского.
15. Фундаментальная система решений ЛОУ.
16. Линейные однородные уравнения n -ого порядка: нахождение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения.
17. Линейное неоднородное уравнение (ЛНУ): определение, свойства решений.
18. ЛНУ₂ с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов.
19. ЛНУ₂ с постоянными коэффициентами: метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа).
20. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.

2 часть

26. Определение числового ряда, суммы ряда. Понятие сходимости ряда. Геометрический ряд.
27. Определение числового ряда, суммы ряда. Понятие сходимости ряда. Гармонический ряд.
28. Свойства числовых рядов.
29. Условия сходимости рядов: необходимое условие, критерий Коши.
30. Достаточные условия сходимости. Признак сравнения в неравенствах.
31. Достаточные условия сходимости. Предельный признак сравнения.
32. Достаточные условия сходимости. Признак Даламбера.
33. Достаточные условия сходимости. Радикальный признак Коши.
34. Достаточные условия сходимости. Интегральный признак Коши.
35. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость.
36. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
37. Функциональные ряды. Сходимость. Мажорируемый ряд. Признак Вейерштрасса.
38. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование рядов и дифференцирование рядов.
39. Степенные ряды. Сходимость. Теорема Абеля.
40. Степенные ряды. Формулы радиусов сходимости.
41. Ряды Тейлора и Маклорена. Определение. Условие сходимости ряда к значению функции.
42. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций: синус, экспонента.
43. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций: бином, логарифм.
44. Системы ортонормированных функций. Определение ряда Фурье для функции на отрезке $(-p; p)$. Условия Дирихле.